técnica

associação dos estudantes do instituto superior técnico

outubro 1967 revista de engenharia

HELIAÇO

VARÕES DE AÇO DE ALTA RESISTÊNCIA PARA BETÃO ARMADO TIPO A. 40
(«Heliaço» e «SNT 40»)

TENSÕES DE SEGURANÇA
Ra = 2400 kg/cm²
e
Ra = 4000 kg/cm² (SISMOS)

Literatura e Tabelas de Cálculo fornecidas gratuitamente

HELIAÇO, LDA.

R. DE S. JULIÃO, 41, 4.º D. — LISBOA

Tel.: 36 78 17 - 32 37 06 - 36 94 77

Fenner

REDUTORES DE VELOCIDADE

TIPO «PONTA DE VEIO»

mais de cem anos de progresso dos maiores fabricantes ingleses

REPRESENTANTES EXCLUSIVOS:

AUTO-LUSITANIA
ALFREDO DUARTE L.da
AV. DA LIBERDADE 73-77 LISBOA

confiança para a construção com

materiais novobra

pavimentos
em betão pré-esforçado
(homologados pelo Laboratório Nacional de Engenharia Civil)

SOCIEDADE DE PRÉ-FABRICAÇÃO E OBRAS GERAIS NOVOBRA, LDA.
AV. EST. UNIDOS DA AMÉRICA, 100 - 5.º D.º - TEL. 774832 / 771603 - LISBOA 5

CIMENTO SECIL

SECIL

Fábrica:
Outão — Setúbal
Telef. 228824/5

Escritório:
R. do Comércio, 56-3.º
LISBOA 2
Telef. 328201/2/3

técnica

NUMERO 371 OUTUBRO DE 1967 ANO XLII VOLUME XXX PUBLICAÇÃO MENSAL

Director
Vitor M. M. Pinto

Administrador
Vitor Coias e Silva

Redactores
A. J. Tavares Pires
J. C. Alves da Silva

Editor e Proprietário
Associação dos Estudantes do Instituto Superior Técnico

Redacção e Administração
Avenida Rovisco Pais
Telefone 77 54 49
Lisboa 1

Assinaturas

		5 N.os	10 N.os
Continente e Ilhas	—	70$00	130$00
Ultramar, Brasil e Espanha	—	80$00	140$00
Estrangeiro	—	90$00	150$00

Número avulso — 20$00

Não se publica em Agosto e Setembro.

Os artigos assinados são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Composto e impresso na Tipografia Jorge Fernandes, Lda. — Rua da Cruz dos Poiais, 103 — Lisboa

SUMÁRIO

1 *DELGADO DOMINGOS* — **Métodos variacionais em mecânica dos fluidos e transmissão do calor**
Variational methods in fluid mechanics and heat transfer

11 *LUÍS VICENTE* — **Sistema digital para telemedida e registo de grandezas físicas**
Digital system for telemetering and recording of physical quantities

17 *CARLOS FLORENTINO* — **Princípios teóricos da determinação experimental directa de tensões em meios viscoelásticos. Aplicabilidade ao betão em obra**
Theoretical principles of the direct experimental determination of stresses in viscoelastic media. Applicability to «in situ» concrete

33 *MARTINS DE OLIVEIRA* e *XAVIER RODRIGUES* — **Características de alguns gessos nacionais utilizados na construção civil**
Caracteristics of some portuguese gypsum plasters used in building

53 **Vida Escolar e Associativa**
FRAÚSTO DA SILVA — Bases teóricas da quelatometria

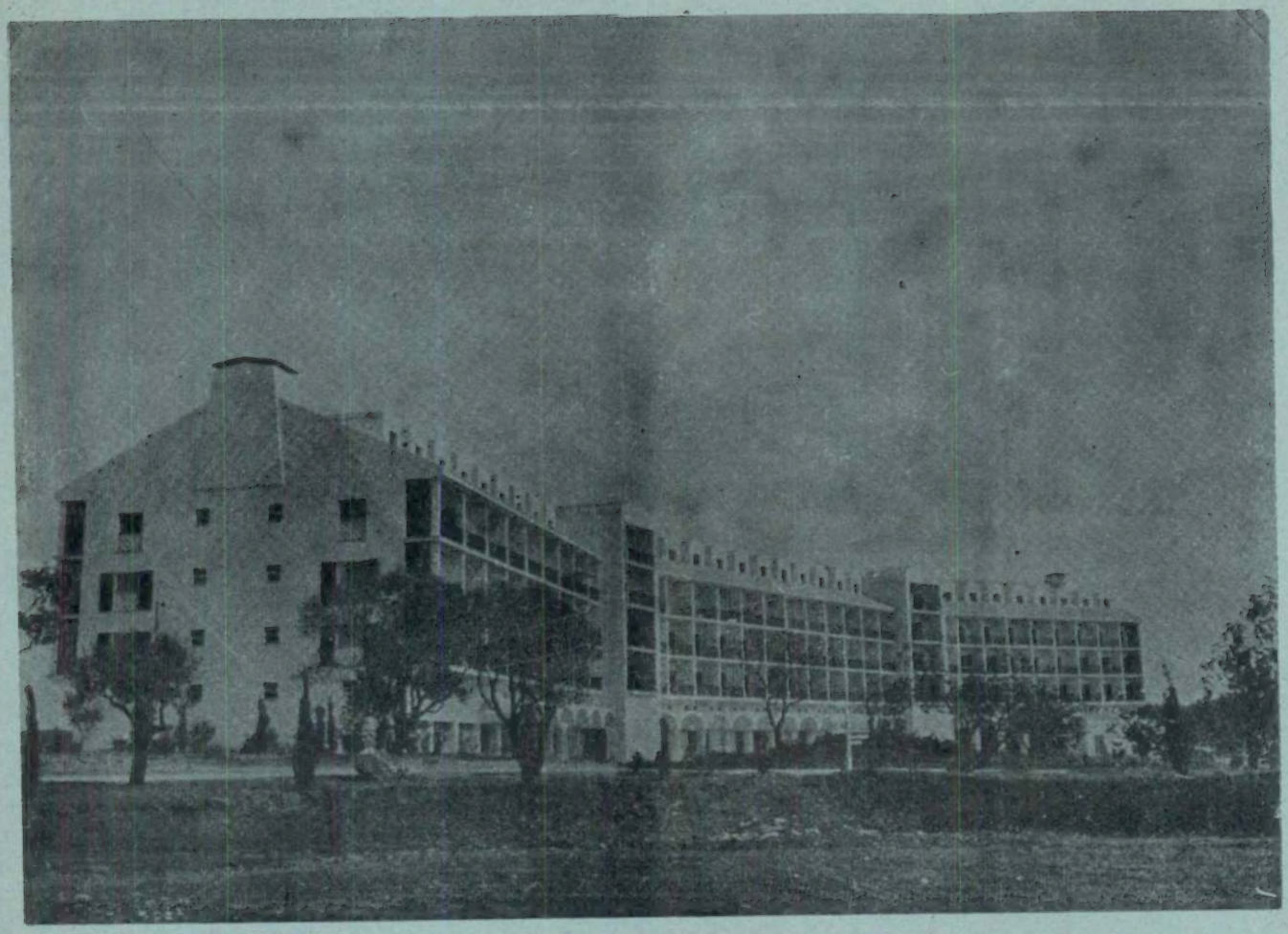
16 e 70 **Notas Informativas**
Elementos sobre a produção e o consumo de energia na rede eléctrica nacional

71 **Bibliografia**

CAPA: Ponte de Xabregas, incluída no troço do C. F. de Leste entre Santa Apolónia e Carregado, que foi inaugurado em Outubro de 1856. Um dos três arcos é metálico e formado por seis cambotas de ferro, de forma abatida. (Gravura reproduzida do «Archivo Pittoresco», Lisboa, 1858).

ÍNDICE ALFABÉTICO DOS ANUNCIANTES

	Pág.
A. Johnson & Co (Portugal), Ltd	XVIII
AEG	XIX
Aguiar e Melo, Lda.	XXIX
Asea Eléctrica, Lda.	V
Auto-Lusitânia	2.ª da capa
Cerâmica de Vale de Lobos, Lda	XX
Cimento Secil	2.ª da capa
Companhia de Cimentos Brancos	VIII
Companhia Portuguesa de Fornos Eléctricos	XXVII
Construções Técnicas	XXIII
Deva	XXX
Dial	XX
Electro-Arco, Ltd.ª	IV
Empresa de Cimentos de Leiria	III e XXVI
Empresa Electro Cerâmica	VII
Empresa de Produtos Asfálticos	X
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Lda.	3.ª da capa
Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos	XI
Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações	XVI
Fábricas Metalúrgicas ALBA	VI
Fábrica Portugal	II
Fanafel	XVI
Fundações Franki, Lda.	I
Guedes & Almeida, Lda.	IX
Harker Sumner & Comp.ª, Lda.	XIV
Heliaço	2.ª da capa
Hoechst Portuguesa	VII
ICI	XXIV
Isola	XX
Isoluz	VI
Jayme da Costa, Lda.	XVII
Johann Keller	V
J. J. Silva & Irmão	XXVI
MAGUE	XIII
MEC	XXVI
Novobra, Lda.	2.ª da capa
Soc. Const. Amadeu Gaudêncio	XXVIII
Soc. Brown Boveri	4.ª da capa
Soc. Michaelis de Vasconcelos	XII
Sociedade Portuguesa Cavan	VIII
Sondagens e Fundações A. Cavaco	IV
Sondagens Ródio, Lda.	XXVIII
Sopecate	IV
Tudor	V
Wild Portugal, Lda.	XV



HOTEL DO GOLFE DA PENINA - ALVOR

Assente sobre Estacas FRANKI

FUNDAÇÕES FRANKI L.DA

RUA BRAAMCAMP, 13-3.º — LISBOA 1 — TEL. P. P. C. 53 41 12/3/4 — ENDEREÇO TELEGRÁFICO: FRANKI — LISBOA

PRÉDIO SANTOS GIL, 6.º ANDAR — SALA 10 — TEL. 9 11 67 — CAIXA POSTAL 1397

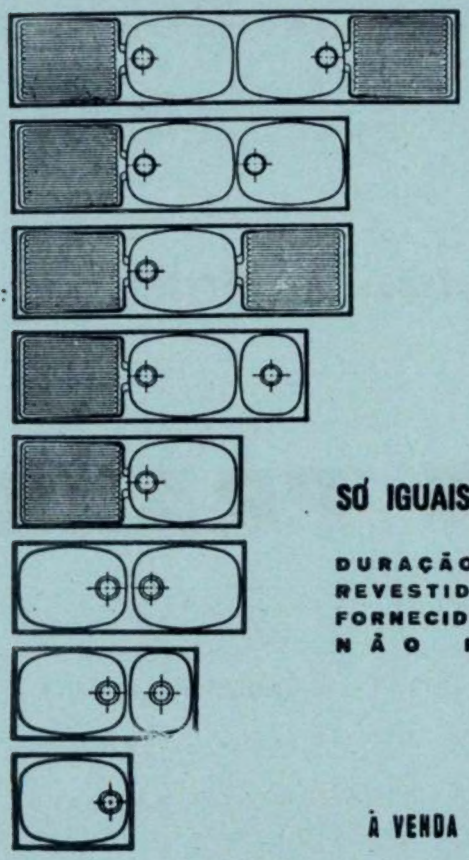
ENDEREÇO TELEGRÁFICO: FRANKI—LOURENÇO MARQUES

USE NA SUA COZINHA UM ELEGANTE LAVA-LOUÇAS DE AÇO INOXIDÁVEL

CONCEBIDO PELA

FABRICA PORTUGAL

PARA MODERNIZAR OS LARES DE PORTUGAL



APRESENTADOS EM

8 MODELOS

"STANDARD"

EXECUTAM-SE FORA DE SÉRIE, MODELOS ESPECIAIS PARA GRANDES INSTALAÇÕES

SÓ IGUAIS AOS MELHORES ESTRANGEIROS

DURAÇÃO ILIMITADA • HIGIÉNICOS
REVESTIDOS DE ISOLAMENTO ESPECIAL
FORNECIDOS COM SIFÃO DE SEGURANÇA
NÃO PARTEM A LOUÇA

•

À VENDA NAS BOAS CASAS DA ESPECIALIDADE

Companhia de Carvões e Cimentos do Cabo Mondego

CAL HIDRÁULICA CABO MONDEGO

Fábrica totalmente remodelada

As mais modernas instalações de:

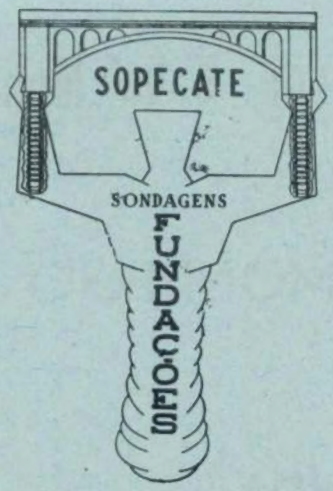
Cozedura	Com ar insuflado
Hidratação	Patente portuguesa projectada e construída em Portugal
Moagem	Automática
Expedição	Máxima rapidez na ensacagem e carregamento

A maior fábrica do País

A melhor Cal

A mais barata

Expedição contínua — Dia e noite



SOPECATE

SONDAGENS
FUNDAÇÕES

Escritório — R. DO ARSENAL, 146, 2.º Esq., Dt.º e Fr.te
Estaleiro e Oficina — RUA PEREIRA HENRIQUES, 58

TELEFONES
SERVIÇOS ADMINISTRATIVOS 34010
SERVIÇOS TÉCNICOS 320208
ESTALEIRO E OFICINAS 381238

LISBOA

• ESTUDOS, PESQUISAS E CAPTAÇÕES DE ÁGUA

• SONDAGENS

• REBAIXAMENTO DE NÍVEIS AQUÍFEROS

• FUNDAÇÕES

SONDAGENS E FUNDAÇÕES A. CAVACO, LDA.

R. RODRIGO DA FONSECA, 62, R/C ESQ. — LISBOA-1
- TELEF. 56 11 71/72/73

ELECTRO-ARCO, L.DA

ELÉCTRODOS ✦ POSTOS ✦ ACESSÓRIOS
PARA A SOLDADURA ELÉCTRICA

*

MATERIAL APROVADO PELOS
LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING
BUREAU VERITAS
GERMANISCHER LLOYD

LISBOA
Rua Silva Carvalho, 239
Tels. 68 36 49 - 68 48 93
FÁBRICA E LABORATÓRIOS
Venda Nova — Amadora
Tels. 97 06 13 - 97 17 33
PORTO
Rua do Bolhão, 216
Tel. 2 12 77 - 39 44 73

MARCA A.E. 5

Uma força criadora no domínio da electricidade

Condensadores ASEA

Condensadores e baterias de condensadores de alta e baixa tensão, construídos para responder a todos os tipos de compensação de factor de potência.

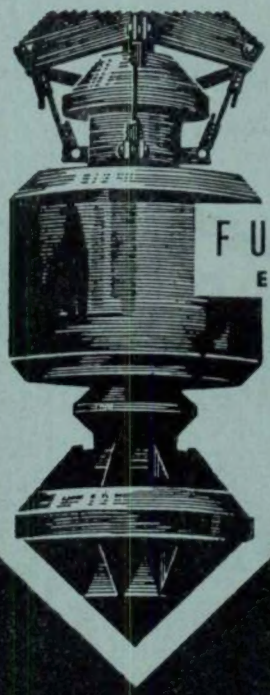
ASEA ELÉCTRICA LDA.

R. Rodrigues Sampaio, 18,5°
Tel. 54025-27
Lisboa
Campo Alegre, 144-r/c
Tel. 62106
Porto

ao serviço da energia

BATERIAS ESTACIONÁRIAS

TUDOR



FUNDAÇÕES ESPECIAIS

JOHANN KELLER
CASCAIS

FÁBRICAS METALÚRGICAS

FUNDIÇÃO DE FERRO
E LIGAS NÃO FERROSAS

artigos domésticos

acessórios para condutas adutoras

redes de distribuição de águas e de saneamento

aparelhagem agrícola e vinícola

acessórios para instalações eléctricas

artigos para construção civil

fundição em séries ou peça a peça, a partir de desenhos ou de modelos

orçamentos
laboratório privativo

AUGUSTO MARTINS PEREIRA, HERDEIROS

SEDE
ALBERGARIA-A-VELHA
TELEFS. 5 22 06/7
TELEGR. ALBA

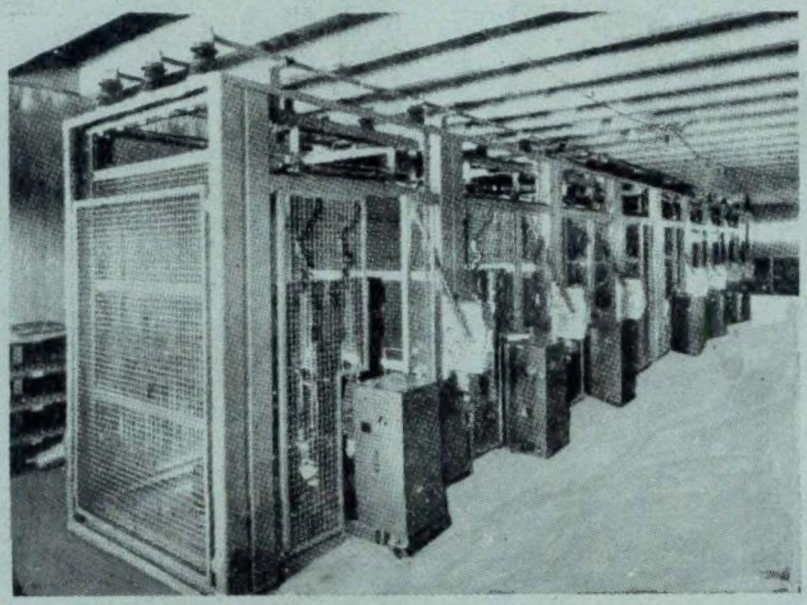
DELEGAÇÃO EM LISBOA
R. DOS CORREEIROS, 40, 2.º-ESQ.
TELEFS. 32 13 63/4 • LISBOA-2
TELEGR. ALBA

ISOLUX L.DA

ESTUDOS E INSTALAÇÕES ELÉCTRICAS

Porto
R. de Sá da Bandeira, 651 - 4º
Tel. 2 70 13

Lisboa
L. Campo Pequeno, 21 - 4º Esq.
Tel. 760964



CELAS ABERTAS DE ALTA TENSÃO

Projectos e instalações eléctricas de:

Centrais

Subestações

Postos de Transformação

Fábricas

Edifícios públicos

Blocos residenciais

EMPRESA ELECTRO CERÂMICA

S. A. R. L.

FABRICANTE DE ISOLADORES PARA EQUIPAMENTO DE SUB-ESTAÇÕES TRANSFORMADORES E DE LINHAS DE TRANSPORTE DE ENERGIA EM ALTA TENSÃO

fabrica igualmente

- isoladores de baixa tensão
- pequena aparelhagem eléctrica em baquelite e porcelana
- tubo plástico "Polivoli" para protecção de condutores
- material em refractário especial para aparelhos de aquecimento

DANIEL VIDAL

SEDE L. BARÃO DE QUINTELA, 3-1.º LISBOA
FÁBRICA - GANDAL - VILA NOVA DE GAIA

EC 61·1

Nem em toda a parte a espuma é tão útil

Frequentemente a espuma perturba o decurso da produção e impede o completo aproveitamento da capacidade. Contra isso os

Anti-Espumantes Silicone Wacker

são eficientes. Impedem a formação de espuma e combatem a espuma em meios quer aquosos quer não aquosos. Os Anti-Espumantes Silicone Wacker mostram mesmo em fortes diluições (até 1 : 1 milhão) resultados excelentes. Os Anti-Espumantes Silicone Wacker são aplicáveis por exemplo nas indústrias de óleos, papel, têxtil, na preparação de tintas e vernizes, em processos de fermentação e destilações a vácuo, em trabalhos com emulsões, sabões e detergentes, e outros mais.

WACKER

Escreva-nos por favor. Nós dar-lhes-emos informações complementares e poremos amostras à sua disposição.

WACKER-CHEMIE GMBH MÜNCHEN
Alemanha

Em Portugal:
Hoechst Portuguesa, Lda.
Avenida Sidónio Pais, 379 - Tel. 67051 - Porto
Avenida Duque d'Avila, 169-1° - Tel. 45141 - Lisboa

No Brasil:
Hoechst do Brasil Quimica e Farmacêutica S. A.
Rua Braulio Gomes, 36 - C. P. 6280 - São Paulo

S 5066

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

Estude a vantagem do emprego do

CIMENTO BRANCO LUSO

Consulte os distribuidores gerais

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 66 61 86 — Lisboa
No Norte: **SCIAL** — R. do Bonjardim, 205 — Telef. 2 5779 — Porto

POSTES DE BETÃO PARA LINHAS ELÉCTRICAS
MOSAICOS E AZULEJOS
COLUNAS PARA ILUMINAÇÃO PÚBLICA
MANILHAS PARA ESGOTOS

SOCIEDADE PORTUGUESA **Carvam**

RUA D. ESTEFÂNIA, 94-A-LISBOA-1 -TELEF. 47812-50129

WABCO

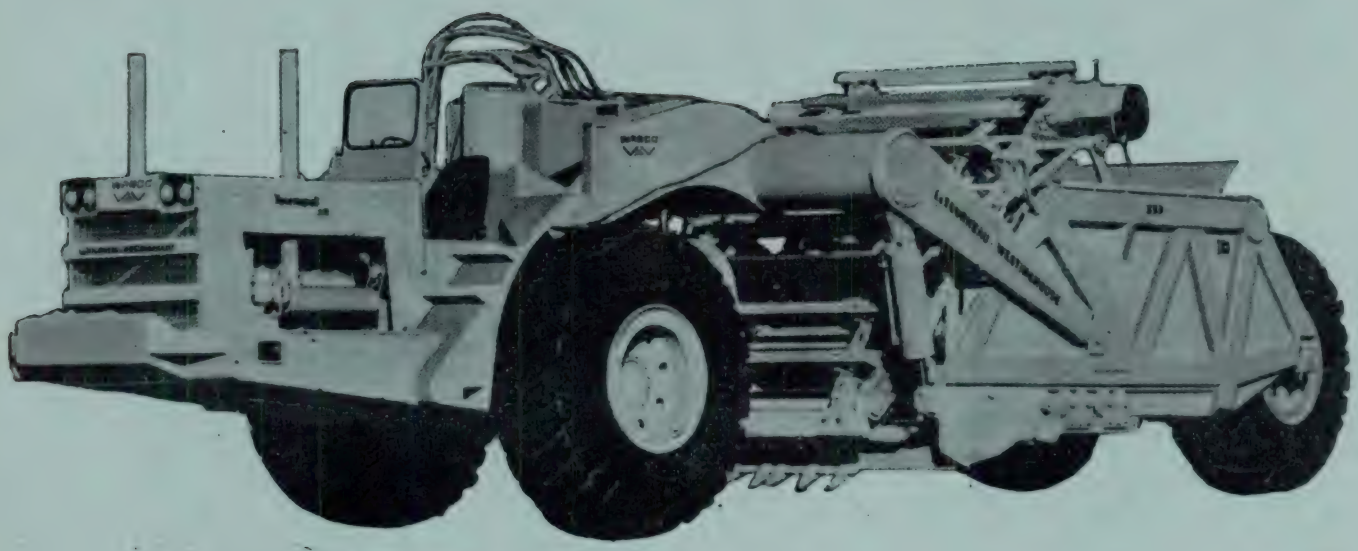
WESTIN'GHOUSE
AIR BRAKE COMPANY
Construction Equipment Division
Peoria (Illinois)-61601

"TOURNAPULL-SCRAPERS"

CAPACIDADE DE 11, 21 E 31 JARDAS CÚBICAS

NÃO NECESSITA DE TRACTOR PARA EMPURRE!
UMA SÓ MÁQUINA... UM SÓ OPERADOR...

Escarifica... Carrega... Transporta... Descarrega... Em terrenos de toda a natureza!



DISTRIBUIDOR EXCLUSIVO

GUEDES & ALMEIDA LDA.

Rua Áurea, 181-2.º — LISBOA-2 — TELEFS. 32 50 80 e 32 78 45

Através das suas organizações de: LISBOA • LUANDA LOBITO • NOVA LISBOA e Agências de: PORTO, GUINÉ, S. TOMÉ E PRÍNCIPE e CABO VERDE fornecerá todos os elementos técnicos, para criteriosa escolha, assistência técnica e sobresselentes.
A1-a

Celulite

ISOLAMENTO TÉRMICO DAS CONSTRUÇÕES

PAVIMENTOS

*

TECTOS

*

PAREDES

*

CÂMARAS FRIGORÍFICAS

*

ISOLAMENTOS INDUSTRIAIS

Terraços e pavimentos isolados com CELULITE no edifício da Comp.ª de Seguros Fidelidade — P. das Águas Livres — Lisboa

SETH, LDA. ✦ RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.° ✦ TEL. 53 01 56 — LISBOA

Para impermeabilizar terraços, paredes, fundações, etc.

COLAGEM DE TACOS DE MADEIRA

TELEF. 53 0156 TELEG. EPALDA — LISBOA

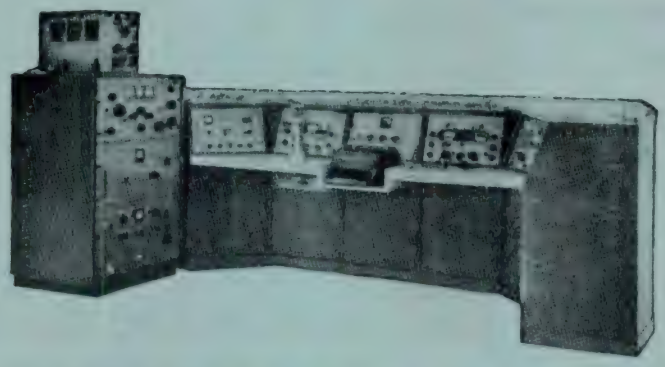
EMPREZA DE PRODUCTOS ASFÁLTICOS

IMPERMEABILISADOR

IMEPA

RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.º-LISBOA

FÁBRICA EM SÁCAVÉM



Comunicações

equipamentos
e sistemas completos

- Cuidadosamente projectados
- Amplamente experimentados
- Completamente integrados

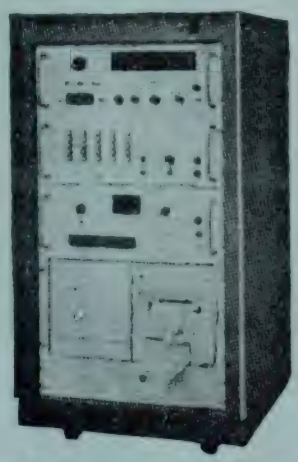
THE TECHNICAL MATERIEL CORPORATION

HEWLETT hp PACKARD

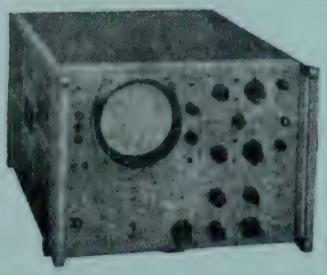
aparelhagem electrónica de medida e registo

Osciloscópios, Oscilógrafos, Voltímetros electrónicos, Geradores de sinal, Contadores electrónicos, Registadores digitais, Fontes de alimentação

Registador digital Dymec



Registador Sanborn



Osciloscópio HP

Contador Electrónico HP

TELECTRA EMPRESA TECNICA DE EQUIPAMENTOS ELECTRICOS, S.A.R.L.

Os pára-raios Oerlikon...

... estão na vanguarda do progresso e protegem instalações em todo o mundo

Descarga de longas linhas em vazio, protecção de postos completos, transformadores, alternadores ou consumidores ligados a linhas aéreas. Para cada função, o pára-raios apropriado.

Corrente de descarga 5 kA

RV
380 & 500 V

VG/WG
6 – 37 kV

Corrente de descarga 5 e 10 kA respectivamente Ondas rectangulares 75A 1000 µs e 150A 2000 µs

WGE
40 – 73 kV

Corrente de descarga 10 kA Ondas rectangulares 150A 2000 µs Membrana anti-explosão

WM/WMR
50 – 500 kV

Insuflação magnética Corrente de descarga 10 kA, Ondas rectangulares 1000A 2000 µs Membrana anti-explosão

OERLIKON

Para indicações mais amplas consultar os nossos representantes Sociedade Michaëlis de Vasconcellos, Ltda. Porto e Lisboa

Ateliers de Construction Oerlikon · Zurich (Suiça)

Representantes para Portugal e Ultramar: Sociedade Michaëlis de Vasconcellos, Lda., Porto e Lisboa

técnica

NUMERO 371 OUTUBRO DE 1967 ANO XLII VOL. XXX PUBLICAÇÃO MENSAL

C. D. U. 532:519.3
536.2:519.3

MÉTODOS VARIACIONAIS EM MECÂNICA DOS FLUIDOS E TRANSMISSÃO DO CALOR (*)

por J. DELGADO DOMINGOS
Prof. I. S. T.
N. E. E. M. do I. A. C.

RESUMO

Numa curta introdução o autor refere as motivações que originaram a pesquisa de principios extremantes em Física e o interesse da sua utilização sob o aspecto aplicado da solução analítica aproximada de problemas em Mecânica dos Fluidos e Transmissão do Calor. Analisa seguidamente através dum exemplo de condução do calor o Teorema de Prigogine para o mínimo de produção de entropia, do qual mostra as limitações e a sua não unicidade, tal como do «potencial local» do mesmo autor e de Glansdorff, como critério de evolução em Física Macroscópia. Com o objectivo do cálculo aplicado é proposta uma formulação variacional-parcial das equações do movimento e da conservação da energia para um fluido newtoniano em regime estacionário. As vantagens e inconvenientes dos métodos variacionais são apresentadas.

SYNOPSIS

On a short introduction the motivations for the search of extremal principles in Physics are presented as well as their application to the aproximate analytical solution of problems in Fluid Mechanics and Heat Tranfer. Through an example in heat conduction the limitations of Prigogne's Theorem on minimum entropy production are stressed. Its non unicity and that of the «local potential» of Glansdorff and Prigogine as a general evolution criterium in Macroscopic Physics is referred. A new partial-variational formulation for the fluid motion is proposed and the energy equations in steady state are presented. The advantages and disadvantages of variational methods for Fluid Mechanics Transfer problems are summarised.

0. INTRODUÇÃO

0.1 — A pesquisa de princípios extremantes originou-se de início em motivações teológicas e Maupertuis designou como «Princípio Metafísico» a formulação que apresentou para o mínimo de acção. A Euler — a quem se devem os primeiros trabalhos fundamentais sobre o cálculo das variações se atribui também a afirmação (1) de que «sendo a construção do Universo a mais perfeita possível, obra prima de um ser superior e infinitamente sábio, nada existe onde uma propriedade de máximo ou de mínimo se não revele. Por consequência, todos os efeitos podem ser deduzidos por métodos de máximos e mínimos tanto das suas causas finais como das mais eficientes».

Sob uma ou outra forma, por motivos teológicos ou conceito de optimização nas leis da natureza, a pesquisa de princípios extremantes tem sido preocupação de físicos e filósofos desde sempre. Efectivamente, a formulação variacional em que figuram apenas um estado inicial e um estado final

(*) Duma lição proferida em 28 de Junho de 1967 no Imperial College of Science and Technology (Universidade de Londres) a convite do Departamento de Engenharia Mecânica.

(1) Em 1744. A citação é livre.

determinando o sistema a própria evolução através de um critério de eficiência máxima, de mínimo de esforço, de optimização, em face de constrangimentos impostos, apresentou-se como fuga ao determinismo implícito nas equações diferenciais pelo qual toda a evolução fica determinada por condições iniciais e constrangimentos impostos. Sob este aspecto, a formulação variacional apresenta-se como mais fundamental e susceptível de conter o que equações diferenciais não poderão exprimir. Daí a tendência para lhes chamar princípios.

Outro atractivo, e não menor, reside na capacidade de síntese, e a abertura para a exploração de domínios novos que a síntese por via de regra origina — a formulação Hamiltoniana da mecânica é sob este aspecto reveladora.

Todavia, apesar do seu inequívoco interesse muitos dos «princípios» não podem ser considerados como tais — em certos casos as condições de extremo não se verificam mas apenas as de estacionaridade; noutros, caso mais frequente, o extremo só existe relativamente a variações dum tipo particular (variações fracas) como é o caso do chamado «Princípio de Dirichelet», ou do «mínimo de acção» na passagem duma configuração a outra [1].

Princípios extremantes só se conhecem, regra geral, para sistemas conservativos. Para sistemas puramente dissipativos em equilíbrio mecânico, cita-se frequentemente o «princípio do mínimo de produção de entropia», enunciado por Prigogine, o qual não pode todavia considerar-se como de validade geral dadas as hipóteses restritivas em que se baseia a sua dedução — trata-se efectivamente dum teorema no âmbito da Termodinâmica Irreversível Linear para o regime estacionário, que posteriormente referiremos em mais pormenor.

0.2 — Para além das suas implicações de natureza física, a formulação variacional das equações fundamentais possui o maior interesse como meio de obter soluções analíticas exactas ou aproximadas de problemas cujo tratamento por métodos formais «clássicos» é totalmente impossível ou demasiado trabalhoso. É na perspectiva dos metodos analíticos aproximados que a presente contribuição deve inserir-se. Deste modo, a própria natureza do problema físico em causa nos permite obviar a considerações de existência, continuidade, diferenciabilidade das soluções, tanto como à restrição a variações fracas porquanto a característica central deste tipo de tratamento reside na equivalência das equações de Euler à equação diferencial proposta, com condições aos limites que voluntàriamente se restrigem a valores impostos na fronteira. Muitas das restrições assim introduzidas podem levantar-se sem dificuldades de maior, apenas não as consideramos por agora porque a finalidade é realçar o interesse do método mais que o refinamento das suas possibilidades.

Na sequência da exposição considera-se apenas o regime estacionário e o fluido incompressível. Por outro lado, embora se acentui que o objectivo central consiste no método analítico aproximado de solução das equações do movimento e energia para um fluido newtoniano, alguns considerandos serão introduzidos para mostrar a ligação com o teorema do mínimo de produção de entropia de Prigogine, e o do «potêncial local» de Glansdoff e Prigogine.

1. A EQUAÇÃO DO CALOR E O TEOREMA DO MÍNIMO DE PRODUÇÃO DE ENTROPIA

1.0 — O teorema do mínimo de produção de entropia demonstrado por Prigogine afirma que «para sistemas em equilíbrio mecânico, se forem válidas as relações de Onsager e os coeficientes cinéticos constantes, para condições na fronteira independentes do tempo, o sistema evolui para um regime estacionário que se caracteriza pelo mínimo de produção de entropia».

Como exemplo, considere-se a condução do calor num sólido isótropo e não dilatável. A produção de entropia por unidade de volume e de tempo é [3]

$$\sigma = \text{grad}\left(\frac{1}{T}\right) \cdot q$$

sendo q o vector densidade de fluxo de calor que satisfará a [4]:

1) $$q = L_{qq} \operatorname{grad}\left(\frac{1}{T}\right).$$

pelo que

2) $$\sigma = L_{qq} \operatorname{grad}\left(\frac{1}{T}\right)^2$$

O coeficiente cinético L_{qq} está ligado à condutibilidade térmica K por

3) $$L_{qq} = K\ T^2$$

Integrando 2) em todo o sistema termodinâmico obtém-se

4) $$P = \int_V L_{qq} \operatorname{grad}\left(\frac{1}{T}\right)^2 dV$$

e P é a produção total de entropia.

No âmbito do teorema do Prigogine L_{qq} deve ser constante. Nessas condições, para constrangimentos na fronteira independentes do tempo, P será mínimo em regime estacionário.

Efectivamente, para condições na fronteira expressos por uma temperatura imposta e independente do tempo, a condição de estacionaridade de 4), exprime-se pela equação de Euler

5) $$\operatorname{div}\left(2\, L_{qq} \operatorname{grad}\frac{1}{T}\right) = 0$$

que por 2) se reduz a:

(6) $$\operatorname{div} q = 0$$

a qual constitui a equação do calor em regime estacionário e assume a forma habitual se usarmos 2) e 3)

(7) $$\operatorname{div} k \operatorname{grad} T = 0$$

1.1. — Como se verifica, a obtenção de 7) foi artificiosa. O teorema exige constância de L_{qq}, para a obtenção de 5) o que só é admissível para T~ constante em todo o sistema. Efectivamente, verifica-se experimentalmente ser K e não L_{qq} que se mantém constante numa gama extensa de temperaturas. Por outro lado, admitindo L_{qq} constante em todo o sistema introduz limitações importantes porque embora localmente o sistema (sub-sistema) se encontre pouco afastado do equilíbrio e seja portanto admissível a hipótese da termoestática quanto à aplicação num elemento do contínuo da sua equação fundamental ([1]), num sistema arbitràriamente extenso o afastamento global do equilíbrio é tão grande quanto se desejar. Nesta perspectiva, o teorema do mínimo de entropia é de mais restrita validade que a própria equação diferencial.

1.2. — Posteriormente, Glansdorff e Prigogine [3], procurando a generalização do teorema referido para sistemas não lineares, foram levados a separar a produção de entropia devido à variação das forças generalizadas da proveniente da variação dos fluxos, concluindo que existiria o mínimo para a produção de entropia no que se refere à variação das forças. A produção correspondente aos dois efeitos seria igual em sistemas lineares com coeficientes cinéticos constantes, caso que corresponderia ao do teorema referido em 1.1. O desenvolvimento desta via conduziu os mesmos autores ao conceito de

---

([1]) Conceito implícito em toda a formulação clássica das equações fundamentais dos sistemas contínuos. Na terminalogia considera-se a expressão de Gibbs em vez de equação fundamental, aliás equivalentes quanto às implicações da afirmação em causa.

«potencial local» considerado como critério geral de evolução em Física Macroscópica, isto é, os sistemas evoluiram no sentido de minimizar o «potencial local» e o regime estacionário corresponderia ao seu mínimo. O conceito de potencial local foi recentemente interpretado à luz da teoria das flutuações por Prigogine num simpósio realizado na Universidade de Chicago em 1965 e dedicado a Termodinâmica, métodos variacionais e estabilidade.

Não iremos discutir em pormenor estes trabalhos. Citam-se como exemplo de trabalhos recentes reveladores da importância do tema. A sua motivação foi de ordem física, mas também de natureza aplicada. A conclusão que se extrai é que o critério de evolução enunciado é artificioso e não único. Sob o aspecto das aplicações podem obter-se resultados equivalentes por via mais directa e realçar simultâneamente as «zonas» que carecem de esclarecimento sob o aspecto matemático ou físico.

1.3. — Consideremos de novo a condução do calor num sólido que ocupa o domínio D com fronteira S, possuindo fontes de calor Q função dos parâmetros não especificados λ_i.

A equação do calor será

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = - \operatorname{div} q + Q$$

Multiplicando ambos os membros por $-\frac{\partial T}{\partial t}$, integrando no domínio e usando o teorema de Green obtém-se:

$$\int_V -\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)^2 dV = \int_S (q.n) \frac{\partial T}{\partial t} dS - \int_V \left[q.\operatorname{grad} \frac{\partial T}{\partial t} + Q \frac{\partial T}{\partial t} \right] dV$$

Introduzindo a equação fenomenológica

$$q = - K \operatorname{grad} T$$

e considerando na fronteira a temperatura constante $\left(\frac{\partial T}{\partial t} = 0\right)$ obtém-se

$$- \int c \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)^2 dV = \frac{\partial}{\partial t} \int \left[\frac{K}{2} (\operatorname{grad} T)^2 - T\, Q \right] dV = \frac{d \phi}{d t} \leqslant 0$$

Resultando o sinal de desigualdade da condição de estabilidade intrínseca do sistema termodinâmico ($c > 0$) pois $\rho > 0$, o que confere ao primeiro membro um carácter intrìnsecamente não positivo.

Como se verifica, ϕ varia monotònicamente com t pelo que o regime estacionário só é possível se

$$\phi > 0$$

Verificando-se apenas o sinal de igualdade no caso de se atingir o equilíbrio termoestático em todo o sistema.

Como $\phi > 0$ e $\frac{d \phi}{dt} \leq 0$ o regime estacionário $\left(\frac{d \phi}{dt} = 0\right)$ só se atinge para ϕ mínimo, compatível com os constrangimentos. Portanto, o mínimo de

8) $$\phi = \int_V \left[\frac{K}{2} (\operatorname{grad} T)^2 - Q\, T \right] d V$$

é condição de estacionaridade do sistema.

Por outro lado $\delta \phi = 0$, implica a Equação de Euler:

9) $$\text{div}\,(K \text{ grad } T) = Q$$

que corresponde à forma diferencial da equação da condução do calor em regime estacionário.

1.3.1. — Como se verifica, o mínimo de ϕ e a equação 9) são perfeitamente equivalentes para os constrangimentos impostos. A dedução é directa e sem ambiguidades. Todavia ϕ não corresponde à produção de entropia, nem a obtenção de 9) para o regime estacionário com fontes seria possível no âmbito do teorema.

Em termos de produção de entropia, $\frac{Q}{T}$ representa uma fonte imposta [1] e $\frac{K}{T^2}$ (grad T)^2 a produção devido a condução do calor.

Como $\phi \geqslant 0$ implica que

$$\frac{K}{2} (\text{grad } T)^2 \geq Q\,T$$

Dividindo ambos os membros por T^2 obtém-se:

$$\frac{K}{2T^2} (\text{grad } T^2) \geq \frac{Q}{T}$$

o que exprime que a estacionaridade exige que a produção de entropia devida à condução exceda ou iguale o dobro da produção devida à fonte imposta.

1.3.2. — Sob o aspecto aplicado, o interesse da formulação variacional reside na possibilidade de tratamento directo de 8) em vez da solução da equação diferencial 9). Para tal pode usar-se o método de Ritz, ou o de Kantarovich já exemplificado em trabalhos anteriores [6]. A sua convergência demonstra-se para esse caso, e, embora a aplicação apenas exija a estacionaridade do integral, o facto de a solução exata corresponder ao mínimo do integral permite desde logo saber que a solução aproximada tende para a exacta por valores que lhe são superiores.

2. O CONCEITO DE VARIAÇÃO PARCIAL

2.0. — Consideramos até agora apenas o caso de K e Q não serem função do tempo. Todavia, ambos podem ser função de parâmetros, incluindo como caso particular a dependência do ponto . ϕ assume nesse caso a mesma forma e a obtenção de soluções exactas ou aproximadas processa-se de modo inteiramente análogo.

Suponhamos porém que a dependência se verifica através da temperatura. Do ponto de vista físico, se é aceitável admitir que a variação de Q e P é de segunda ordem relativamente a T, *localmente*, na vizinhança do regime estacionário, K e Q podem ser considerados constantes relativamente a pequenas variações de temperatura. Deste modo, ambos podem ser considerados função do ponto se calculados em cada ponto em função da temperatura que nele se verifica no regime estacionário.

Nestas condições, a formulação mantém-se e é susceptível de extensão a âmbito muito mais lato.

A diferença fundamental quanto às restrições feitas em 1.0 e 1.1 relativamente a L_{qq} reside em que neste caso a constância de L_{qq} implicava a sua uniformidade em todo o domínio. No caso presente essa uniformidade não é necessária porque pode existir dependência das coordenadas espaciais; a independência dos coeficientes fenomenológicos ou de Q apenas se refere a pequenas variações em torno do seu valor em regime estacionário.

---

[1] Proveniente da irreversabilidade associada a fluxos de outra natureza, por exemplo, carga eléctrica. Mantém-se a terminologia habitual e não se consideram, òbviamente, efeitos cruzados.

2.1. — Sob o aspecto matemático, o conceito anterior corresponde ao de variação parcial do integral.

Retomando 1.3. e designando por $T_o = F(P)$ o campo das temperaturas no regime estacionário, pondo

$$K = K_o\,[F(p)] \qquad Q = Q_o\,[\lambda_i, F(P)]$$

a formulação seria:

Minimizar

$$10)\quad \phi = \int_V \left[\frac{Ko}{2}\,(\text{grad } T)^2 - Q_o\,T\right] dV$$

e após variação (em $\delta\phi = 0$) introduzir a condição

$$11)\quad K_o = K\,(T) \qquad Q_o = Q\,(\lambda_i, T)$$

Como pode verificar-se, obter-se-á de novo a equação diferencial que corresponde ao regime estacionário.

2.2. — Sob o aspecto aplicado, conhecer T_o significaria conhecer a solução do problema que se pretende resolver por tratamento directo do mínimo do integral. Todavia, duas vias são possíveis: 1) Solução iterativa — arbitrar T_o, calcular $K = K\,(F\,(P))$, e $Q = Q\,(P)$, minimizar o integral e verificar se o valor do T_o proposto corresponde ao que se obtém; se não corresponde recomeçar com uma nova função, eventualmente a determinada para T na primeira interacção — não existe porém demonstração de que o processo convirja. 2) Solução directa: propor T_o e T com a mesma forma mas dependentes de parâmetros a determinar. Usando o método de Ritz tal consistirá em propor

$$T = \sum_{n}^{i} c_i\,\psi_i$$

onde os ψ_i satisfazem as condições aos limites e os c_i são as constantes a determinar. Anàlogamente

$$T_o = \sum_{i}^{n} a_i\,\psi_i$$

Substituindo T e T_o em 10) resultará

$$\phi = \int_V \left\{\frac{K\,(\Sigma\, a_i\,\psi_i)}{2}\,\text{grad}\left(\sum_i c_i\,\psi_i\right)^2 - Q_o\left(\sum_i a_i\,\psi_i\right).\,\Sigma\, c_i\,\psi_i\right\} dV = \phi\,(a_i, c_i)$$

Como K_o e Q_o não são variados, na minização de ϕ os a_i consideram-se como parâmetros, pelo que o mínimo de ϕ se exprimirá por

$$12)\quad \frac{\partial\phi}{\partial c_i} = o = f\,(a_i, c_i) \qquad i = 1\ldots n$$

e a coincidência de T_o e T é assegurada exprimindo agora a condição

$$13)\quad a_i = c_i$$

com o que 12) e 13) constituem um sistema de 2n equações a 2n incógnitas o que permite a sua determinação.

Os outros métodos directos do cálculo das variações podem usar-se de modo inteiramente análogo.

3. EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DA ENERGIA NUM FLUIDO NEWTONIANO

3.0 — Na formulação de 10) considerou-se explìcitamente a dependência de Q nos parâmetros λ_i, que podemos considerar as variáveis espaciais. Através do conceito da variação parcial foi possível ainda consider Q função da variável dependente (T). Como a forma da função (P, T) não foi especificada, suponhamos que assume a seguinte forma:

14) $$Q = \mu \phi - w.\ \mathrm{grad}\ T_0$$

se representarmos por W o vector velocidade, por ϕ a função de dissipação:

$$\phi = \sum_{ij} \left(\frac{\partial w_j}{\partial x_i} + \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \right)^2$$

e μ for a viscosidade do fluido suposto newtomiano e incompressível pode verificar-se que a estacionaridade do integral

15) $$\varphi_1 = \int\int\int_V \left(\frac{K}{2} (\mathrm{grad}\ T)^2 - T\,(\mu \phi - w.\ \mathrm{grad}\ T_0) \right) dV$$

para valores de T impostos na fronteira tem como equação de Euler:

16) $$\mathrm{div}\ (K\ \mathrm{grad}\ T) + \mu \phi - w.\ \mathrm{grad}\ T_0 = 0$$

T_0 corresponde ao campo das temperaturas e foi tratado como função do ponto em φ_1. Se após variação impusermos

17) $$T = T_0$$

resultará

18) $$\mathrm{div}\ (K\ \mathrm{grad}\ T) + \mu \phi - w.\ \mathrm{grad}\ T = 0$$

que é a equação da conservação da energia para um fluido newtoniano incompressível em regime estacionário. φ_1 corresponde pois à formulação variacional parcial daquela equação. Poderá verificar-se ainda que a estacionaridade de φ_1 corresponde a um mínimo, se o regime estacionário for possível.

3.1 — O maior interesse aplicado da formulação 15) reside na possibilidade do seu tratamento pelos métodos directos do cálculo das variações, tal como referido em 2.2. φ_1 possui todavia um sentido físico intrínseco que pode ser explorado, por exemplo, numa via paralela à expressa em 1.3.1.

3.2 — No modo como foi introduzida, a expressão 14) aparece como uma hipótese *à priori* que se verificou satisfazer à formulação procurada. Todavia, a sua dedução pode fazer-se dum modo análogo ao considerado em 1.3, ou por via intuitiva partindo dos resultados anteriores. Efectivamente, considerando um elemento de volume, dois efeitos nos aparecem como equivalentes à «fonte de calor no sólido» – a dissipação viscosa, $\mu \phi$ e um efeito contrário proveniente dum transporte de energia interna pelo fluido w. grad T. Esta forma provocaria uma dependência de T pelo que, tal como anteriormente para Q, haverá que considerá-lo apenas função do ponto, e deste modo a forma final w. grad T_0.

4 — EQUAÇÃO DO MOVIMENTO E DA CONSERVAÇÃO DA MASSA PARA UM FLUIDO NEWTONIANO INCOMPRESSÍVEL.

4.0 — Por considerações análogas às que permitiram estabelecer as equações anteriores a formu-

lação variacional (parcial) que corresponde às equações de Navier-Stokes para um fluido incompressível em regime estacionário pode verificar-se corresponder á minimização do integral

19) $$\varphi_2 = \iiint \left[\frac{\mu \phi}{2} + \sum_i w_i \left(\frac{\partial P}{\partial x_i} - \rho \mathcal{F}_i \right) + \sum_{ij} \rho \, w_i \frac{\partial w^0}{\partial x_j} w^0_j \right] dV$$

$i, j = 1, 2, 3$

w^0_i e w^0_j não são sujeitos a variação; após variação do integral impor-se-á anàlogamente

20) $$w^0_i = w_i$$

Na expressão de φ_2

$$\phi = \sum_{ij} \left(\frac{\partial w_j}{\partial x_i} + \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \right)^2 \text{ — é a função de dissipação}$$

P = pressão hidrostática
w_i = componente i da velocidade
$\mathcal{F}_i$ = força por unidade de massa

4.1. Em φ_2, há quatro funções incógnitas e como tal sujeitas a variação: — w_1, w_2, w_3, e P. É conhecido do cálculo das variações que a cada função corresponde uma equação Euler. Como pode verificar-se, a equação de Euler correspondente a w_i corresponde à equação de Navier-Stokes para a direcção i.

A equação de Euler correspondente a P reduz-se a

$$\sum_i \frac{\partial w_i}{\partial x_i} = \text{div } w = 0$$

isto é, à equação da conservação da massa para um fluido incompressível.

Deste modo, na expressão variacional, φ_2, condensam-se as quatro equações do movimento para o regime estacionário. O caso particular de φ_2, em que se verifica o anulamento dos efeitos de inércia $\left(\frac{\partial w_i}{\partial x_j} \cdot w_j = 0 \right)$ corresponde ao chamado príncipio de Helmoltz [7] para os escoamentos uniformes.

4.2. — Tal como referido para a equação da energia, o principal interesse de φ_2 reside na aplicação dos métodos directos do calculo das variações.

No caso de φ_2, porém, se w_1, w_2 e w_3, forem propostos de modo que a equação de continuidade seja satisfeita qualquer que seja o valor dos parâmetros ou funções arbitrárias, os termos em que figura P anulam-se idênticamente quando se faz a integração no domínio, o que reduz o trabalho do cálculo necessário.

Procedendo do modo indicado obtém-se a função (aproximada ou exacta) para as velocidades as quais determinam P através das equações de Euler correspondentes a cada componente.

5. INTERACÇÃO DA TRANSMISSÃO DO CALOR E DO MOVIMENTO

5.0. — Na forma como foi deduzido, φ_2 é independente da temperatura desde que μ possa considerar-se constante. Deste modo, φ_2 determina o campo das velocidades que serão conhecidas para a obtenção de T através de φ_1.

Sob o ponto de vista físico, φ_1 e φ_2, exprimem realidades diferentes o que se nos afigura de importância — no primeiro caso é a irreversibilidade associada à transmissão do calor a característica denominante. Por isso nele figura T como factor (de qualidade) na transferência da energia interna em causa. φ_2 tem apenas a característica duma energia, energia mecânica ou potêncial transformada irreversìvelmente em energia interna. φ_1 e φ_2, diferem dimensionalmente da variável T. Fìsicamente, a diferença pode justificar uma análise mais profunda por susceptível de esclarecer algumas das zonas obscuras na passagem da Termostática à Termodinâmica dos meios contínuos.

5.1. — Se as propriedades físicas são função da temperatura φ_1 e φ_2 ficarão simultâneos. Sob o aspecto da utilização dos métodos directos a via que se sugere é a consideração em φ_1, de w como parâmetro e em φ_2, de T. O sistema de equações que desse modo se obtém considerando os dois extremos em conjunto iguala o número de incógnitas, como se pode verificar, o que permitirá a sua determinação.

6. REGIME TURBULENTO

Toda a formulação anterior é aplicável ao regime turbulento na perspectiva «habitual» de o tratar a partir da introdução de um critério de média nas equações do movimento e da energia [8, ...] e dos conceitos de «viscosidade turbulenta» e «condutibilidade térmica turbulenta» Sob o aspecto formal, μ_t e K_t serão função de ponto, cuja forma é conhecida *à priori*. Com ligeiras alterações, a dependência de μ_t nas derivadas da velocidade pode ser introduzida.

A nosso conhecimento, métodos do tipo exposto nunca foram usados na consideração do regime turbulento.

7. LACUNAS

7.0. — A lacuna essencial da formulação apresentada reside nos aspectos formais que se ligam ao conceito de variação parcial. Da mesma dificiência enfermam as formulações Glansdorff e Prigogine para o «potencial local». Efectivamente, se o conceito pode ser aceitável sob o aspecto físico, sob o aspecto matemático a sua fundamentação é deficiente e as implicações de ordem prática centram-se na estabilidade e na convergência das soluções analíticas aproximadas.

Este é aliás um problema comum a muitos métodos numéricos onde a habituação parece ter feito esquecer que a lacuna existe e é importante.

Presume-se que a formulação apresentada é susceptível de gerar pela consideração de formas apropriadas para as funções não variadas em φ_1 e φ_2, limites superiores e inferiores para a solução exacta. Efectivamente, com T_0 (ou w_1) escolhidos *à priori* obtém-se a formulação variacional exacta para um problema que não será geralmente o proposto mas que com ele se liga, e com o qual coincide quando o T_0 escolhido igualar T. Quando $T_0 \neq T$ a solução encontrada poderá ser um limite superior ou inferior. A consideração de ambas permitirá (se conhecidas) obter o erro máximo da solução aproximada. Para alguns casos particulares esta via já foi tratada com êxito o que parece validar a sugestão num âmbito mais geral.

8. CONCLUSÕES

8.0 A apreciação das potencialidades da formulação apresentada pressupõe certa familiarização com os métodos directos do cálculo das variações. Num intuito de sistematização resumem-se seguidamente o que pensamos ser, no momento actual, as suas principais vantagens e inconvenientes no que se refere a Mecânica dos Fluidos e Transmissão do Calor.

8.1. **Vantagens**

— Meio simples de obter soluções analíticas aproximadas e em muitos casos soluções exactas.
— Estabilidade e convergência da solução, em geral.
— Possibilidade de usar a experiência já existente noutros domínios (p. ex. Elasticidade) com estes métodos na solução de problemas em Mecânica dos Fluidos e Transmissão do Calor.
— Métodos formalmente análogos para o tratamento de equações lineares ou não lineares.
— Usando um computador, a obtenção de soluções requer usualmente menor tempo de cálculo. Além disso as solucões são analíticas e não apenas uma tabela de resultados.
— Quando a experimentação física ou o conhecimento do fenómeno sugere o tipo de função a ser usado, o método pode dar uma solução muito aproximada com pouco labor de cálculo.

— Como o método fornece soluções analíticas, uma verificação pode ser feita em muitas circunstâncias acerca da convergência e precisão do resultado pela consideração de valores extremos para os variáveis.
— O método possui um significado físico intrínseco e como tal é susceptível de esclarecer o fenómeno em estudo ou facilitar a obtenção de soluções (p. ex. estabilidade de escoamentos, problema de Bénard . . .).
— Pode usar-se como método puramente numérico a partir do cálculo numérico dos integrais que figuram na sua formulação. O esquema de aproximação é por vezes mais vantajoso que o que resulta do tratamento directo das equações diferenciais (esta via encontra-se pràticamente inexplorada).

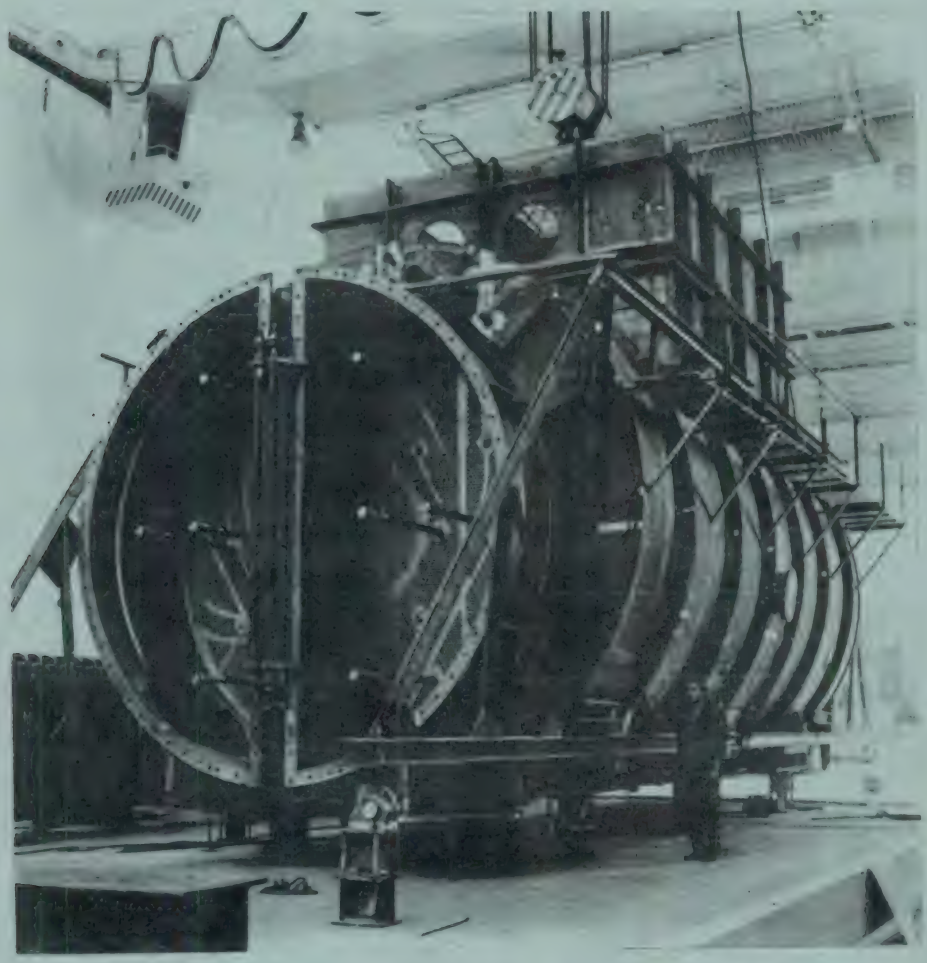
8.2. **Desvantagens**

— Sob um aspecto puramente formal as condições necessárias e suficientes de extremo não se encontram estabelecidas em termos gerais.
— A obtenção de soluções exactas ou aproximadas requere em geral a consideração de muitas equações simultâneas (algébricas ou diferenciais ordinárias) a menos que se disponha prèviamente de bons resultados experimentais ou do conhecimento do tipo de solução.
O sistema de equações a considerar é usualmente não linear se as propriedades físicas do fluido não podem considerar-se independentes da temperatura.
— Excepto num número restrito de casos não se conhece o grau de aproximação da solução obtida (tal como sucede nos métodos puramente numéricos).

BIBLIOGRAFIA

[1] — A. R. Forsyth — Calculus of Variations — Dover
[2] — I. Prigogine — Thermodynamics of Irreversible Processes — Wiley
[3] — J. D. Domingos — Equações fundamentais em Mecânica dos Fluidos e Transmissão do Calor — Revista Portuguesa de Química, n.º 2, 1966
[4] — S. R. De Groot e P. Mazur — Non Equilibrium Thermodynamics — North Holland
[5] — P. Gansdorff e I. Prigogine — On a General Evolution Criterion in Macroscopic Physics — Physica 1964
[6] — J. D. Domingos — O Mínimo de Produção de Entropia no Escoamento Uniforme dum Fluido Newtoniano — Técnica N.º 362, 1966.
[7] — H. Lamb — Hydrodynamics — Cambridge U. P.
[8] — C. C. Lin, Ed — Turbulent Flows and Heat Transfer — Princeton U. P.

MAGUE



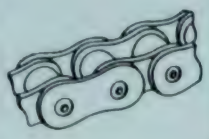
CONDENSADOR DE SUPERFICIE 7.300 m2) PARA ÁGUA SALGADA,
DO TURBO-GRUPO I DA CENTRAL DO CARREGADO
peso total (c/ tubos de refrigeração), cerca de 180 t
comprimento = cerca de 14,2 m
largura = cerca de 5,5 m
altura = cerca de 7,2 m
(Fabricado sob licença BROWN BOVERI CIE)

PONTES ROLANTES, GUINDASTES E APAR. DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS	*Projecto e fabrico*
TURBINAS HIDRÁULICAS	*Fabrico segundo licença de A. C. M. de Vevey, S. A.*
TURBINAS A VAPOR	*Fabrico segundo licença de Brown Boveri, Cie.*
CALDEIRAS A VAPOR	*Projecto e fabrico segundo licença de Foster Wheeler, Co.*
EQUIPAMENTOS E INSTALAÇÕES INDUSTRIAIS	

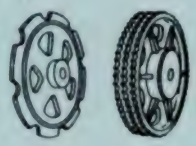
CONSTRUÇÕES METALOMECANICAS **MAGUE** S.A.R.L.

ALVERCA DO RIBATEJO — PORTUGAL

Mais de 1000 produtos **RENOLD** da maior organização mundial no fabrico de correntes de precisão

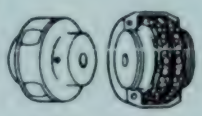


CORRENTES DE TRANSMISSÃO
De ¼" até 5" segundo as normas BS, DIN, AFNOR, ASA e API.

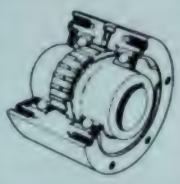


RODAS EM DEPOSITO
para uso com correntes RENOLD de transmissão e de transportadores.

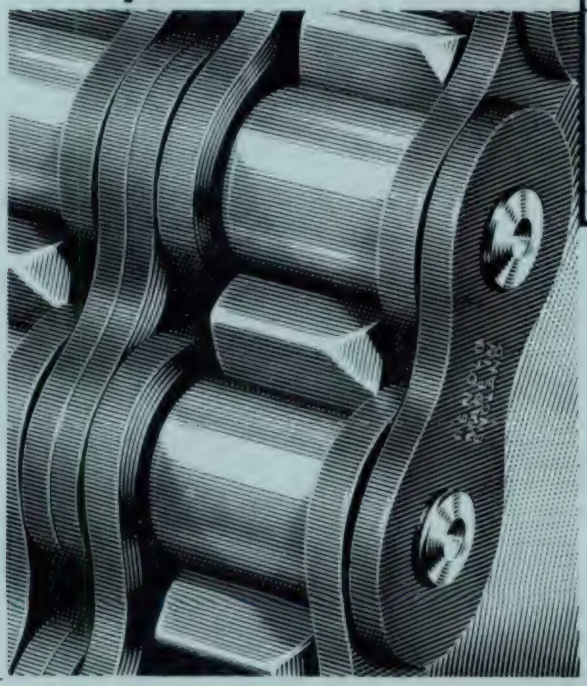
CORRENTES NORMAIS PARA TRANSPORTADOR
com adaptações para todos os fins. Gama 1.360 kg (3.000 libras) a 38.560 kg (85.000 libras).



UNIÕES DE ACOPLAMENTO
por Corrente, Cruzeta de Borracha e Disco Flexível até 2.500 CV.



EMBRAIAGENS
para rotação livre, movimento divisor e sem retrocesso.



Para informações ou fornecimentos, escreva, visite ou telefone:

HARKER, SUMNER & Ca., Lda.

PORTO: **38, Rua de Ceuta, 48**
Apartado No. 162
Tel: 27054-P.P.C. (4 linhas)

LISBOA-2: **14, Largo do Corpo Santo, 18**
Tel: 324823-35124

RENOLD

RENOLD LIMITED
MANCHESTER · INGLATERRA

C. D. U. 621.391

SISTEMA DIGITAL PARA TELEMEDIDA E REGISTO DE GRANDEZAS FÍSICAS (*)

por LUÍS VICENTE
Engenheiro Especialista
do Laboratório Nacional
de Engenharia Civil

RESUMO

No presente artigo faz-se a descrição resumida dum sistema digital para transmissão ou registo de grandezas físicas, apresentadas aos terminais sob forma analógica. Consideram-se também os condicionalismos de concepção e de características finais.

SYNOPSIS

The present paper is a quick description of a digital system which is intended for transmission and recording of physical quantities, analog in form at both terminal ends. Reference is also made how conception and final characteristics were conditioned.

1 — INTRODUÇÃO

Trata-se dum sistema digital que, por divisão no tempo, concentra 15 canais de informação numa única banda magnética ou numa só via telefónica. Compreende pois 2 terminais: um de emissão e outro de recepção.

Todo o conjunto foi concebido no Laboratório Nacional de Engenharia Civil e destina-se à observação do comportamento de obras.

2 — CARACTERISTICAS

a) N.º de símbolos por palavra ..... 7 (128 níveis)
b) Código ..... binário natural
c) Frequência de repetição ..... 4 kHz (8 kHz na leitura magnética)
d) Campo de medida analógico ..... ± 3V
e) Banda de frequência por canal ..... 0 — 3 Hz
f) Sincronismo ..... canal branco
g) Tecnologia ..... resistência — transistor (PNP)
h) Codificação do tempo (dia, hora e minuto)... ..... por escantilhões de contacto
i) Programação do registo magnético:

— Arranque em instantes programados
— Arranque por ocorrência de acontecimentos
— Duração do registo

A figura 1 resume as características da sucessão codificada.

Ocorre um impulso de peso nulo por cada ciclo menor, o qual evita a formação de falsos canais em branco. As sequências de 7 0s evitam-se nos canais de informação por limitação inferior das tensões de entrada.

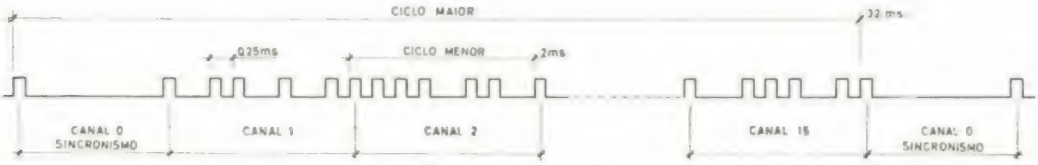


Fig. 1 — Sucessão codificada

3 — NATUREZA DA CONCEPÇÃO

Procuraram-se harmonizar 3 qualidades que se consideram essenciais num sistema de memorização ou de telemedida de grandezas físicas: versatilidade, segurança e simplificação.

(*) A matéria do presente artigo foi apresentada ao 1.º Simpósio de Telecomunicações promovido em Abril de 1967 pela Standard Eléctrica.

A maioria da instrumentação utilizada em Engenharia Civil traduz as grandezas a medir em tensões eléctricas. Considerou-se então que a tensão eléctrica seria a forma analógica que tornaria o sistema mais *versátil*. Codificadores de posição são apenas utilizados na leitura do relógio-calendário, dispositivo que faz parte integrante do sistema. Mesmo assim, esta informação, traduzida em impulsos de tensão, é recodificada no conversor analógico-digital, único do terminal de emissão.

A digitalização foi determinada pelo requisito *segurança*, o qual inclui estabilidade, precisão e, pràticamente, total eliminação de diafonia. Além disso, o método exclui a necessidade de calibragem.

Admitiu-se que, em geral, as tensões de entrada têm valores suficientemente elevados para poderem ser directamente codificadas sem prévia amplificação. É o que se passa com a maioria da instrumentação electrónica utilizada. Assim, não se consideram amplificadores, tanto na emissão como na recepção, evitando-se uma causa de erro e simplificando-se o sistema cujo propósito é apenas reproduzir na razão de 1:1.

Sem se perder de vista o objectivo essencial, nem a natureza da informação a processar, as características finais do sistema foram em grande parte condicionadas a um critério de *simplificação*. Assim, por exemplo, tanto o número de canais (15), como o número de símbolos por palavra (7), pertencendo à sucessão de termo geral 2^n-1 permitem simplificar a obtenção das sequências de instruções.

A sequência mais fácil, a partir de contadores binários, é de 2^n instruções. Reservando-se uma para efeitos de separação, como sincronismo, por exemplo, restam sempre 2^n-1 posições disponíveis para enquadrar a informação.

A largura de banda de 3 Hz por canal compatibiliza-se, pelo menos teòricamente, com uma frequência de amostragem de 6 Hz. Nestas condições, a frequência de repetição necessária seria aproximadamente de 770 Hz. No entanto optou-se por 4 kHz, a que corresponde uma frequência de amostragem por canal de cerca de 31 Hz. Desta forma, a mesma informação ocupa maior largura de banda. Mas isto permite a utilização de *simples filtros RC*, tanto para entrada do terminal de emissão como para saída do terminal de recepção.

4 — TERMINAL DE EMISSÃO

Limitar-nos-emos a uma descrição global do terminal de emissão pormenorizando apenas os aspectos que essencialmente particularizam o sistema. Será também essa a atitude adoptada quanto ao terminal de recepção.

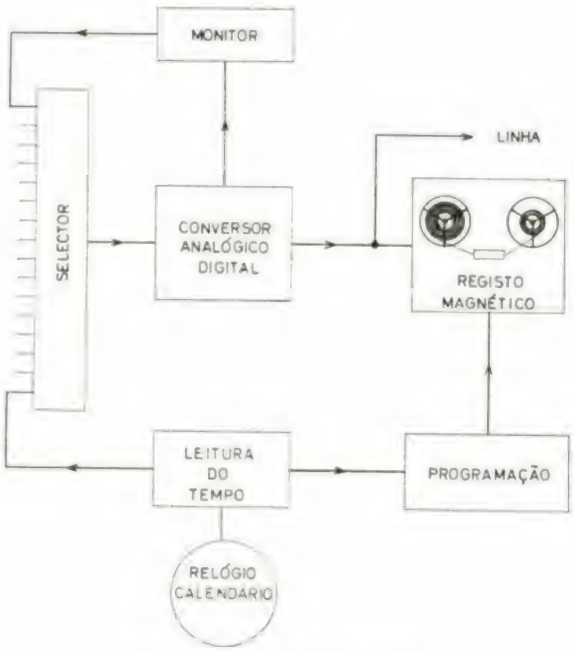


Fig. 2 — Terminal de emissão
Diagrama de blocos

4.1 — Selector e conversor analógico-digital

O gerador de sinais, a partir do qual são descodificadas as diferentes instruções, tanto para o selector como para o conversor analógico-digital, é constituído por um multivibrador estável de 16 kHz acoplado a um contador binário constituído por 9 flip-flops.

Os 2 primeiros flip-flops geram um ciclo de 2 instruções (e duas pausas) que são utilizadas pelo conversor analógico-digital na determinação do valor de cado símbolo:

1 — Impulso de ensaio
2 — Impulso de decisão.

Os 3 flip-flops seguintes geram 8 instruções que correspondem aos 7 símbolos de informação por palavra, mais um símbolo separador e de peso nulo.

Finalmente, os últimos 4 flip-flops condicionam

a sequência de 16 instruções destinadas ao comando do selector electrónico.

O canal 0 é utilizado para ensaio (monitor) do conversor analógico-digital, sem destruição da informação que eventualmente está a ser processada através dos outros 15 canais. Na saída de registador (ou de linha) aquele canal é caracterizado, sempre, por uma sucessão de 7 0s.

O comutador (selector pròpriamente dito) é constituído por 16 transístores (Fig. 3), cujos colectores são ligados às entradas e os emissores a um ponto comum: entrada do conversor analógico-digital.

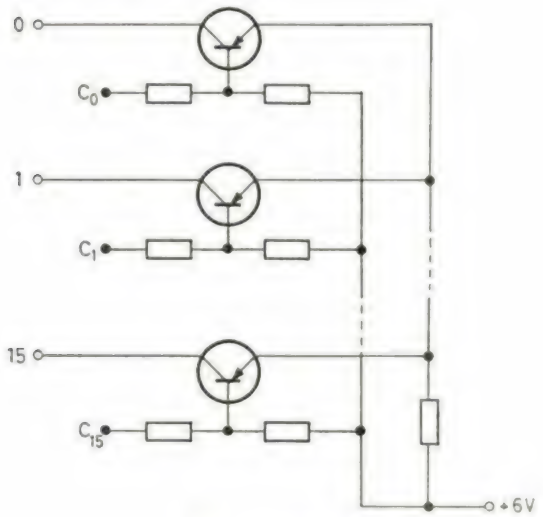


Fig. 3 — Selector

O estado dos transístores é, normalmente, de corte. O comando, que actua nas bases, impõe-lhes sucessivamente o estado de saturação, obtendo-se, na saída comum, a tensão seleccionada, com uma diferença de poucos milivolts.

A conversão analógico-digital processa-se por comparação da tensão de entrada com a tensão de saída dum conversor digital-analógico. O circuito lógico que ensaia e decide vai condicionando este último à tensão de entrada e a partir dos símbolos mais significativos. Desta forma, tornam-se simultâneos os processos de quantificação, codificação e transmissão.

Os símbolos «marcados» no conversor digital-analógico são sucessivamente memorizados em 7 flip-flops. A tensão analógica é obtida no ponto comum duma sucessão geométrica (razão 2) de 7 resistências que são electròmicamente comutadas para as 2 tensões que constituem os limites de variação analógica: — 3 V e + 3 V.

Cada um destes comutadores (elementos conversores) têm 2 entradas que ligam directamente às 2 saídas de cada flip-flop. São constituídos por 4 transístores (Fig.4). Evita-se a saturação simultânea dos 2 transístores de comutação, pelo tempo de armazenamento daqueles que os antecedem e que, na condução, funcionam fortemente saturados.

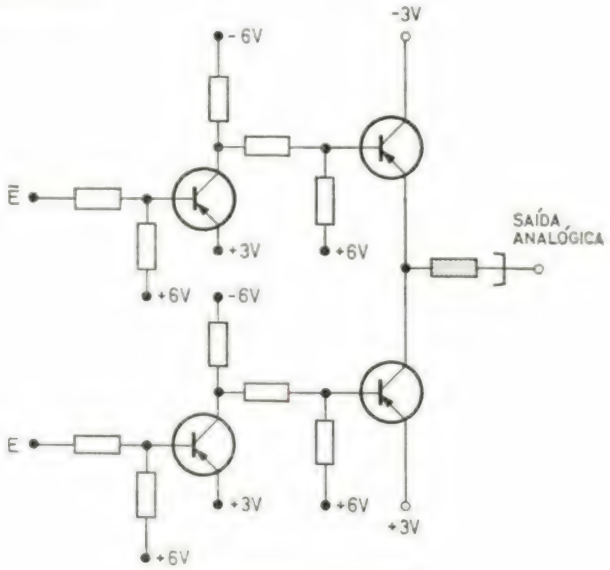


Fig. 4 — Elemento conversor

O sinal de saída do conversor analógico-digital é transformado numa sucessão de impulsos alternadamente positivos e negativos, eliminando-se assim a componente contínua e reduzindo-se pràticamente a metade a largura de banda que é exigida ao meio de transmissão.

4 2 — Codificação do tempo e programação

Utiliza-se um relógio marca SAUTER, ZWE 15 II, ao qual se adaptaram 3 escantilhões de contacto para codificação reflectida respectivamente do dia da semana (4 símbolos), da hora (6 símbolos) e do minuto (6 símbolos).

A leitura do tempo é realizada por um analisador sequêncial a um ritmo de um símbolo por segundo. Um impulso negativo separa as diferentes palavras (Fig. 5).

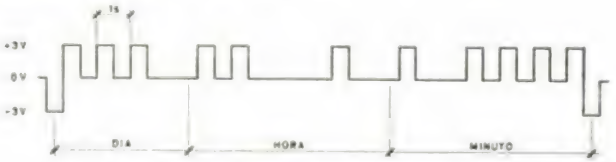


Fig. 5 — Codificação do tempo

A programação realiza-se por ligação flexível das variáveis correspondentes aos diferentes símbolos (escovas de leitura e respectivos complementos). O seu produto booleano, quando igual a 1, desencrava um temporizador CROUZET, ao qual se impõe o tempo de registo magnético. Esta operação pode ser igualmente desencadeada pela circunstância do valor duma de 4 grandezas físicas ultrapassar um dado limite.

5 — TERMINAL DE RECEPÇÃO

O terminal de recepção (Fig. 6) é essencialmente constituído por:

a) *Regenerador* — Rectificação de onda completa, para uniformização da polaridade dos impulsos. Regeneração de forma e de tempo. Obtenção duma sucessão uniforme para comando.

b) *Acumulador* — Ordenação no espaço da informação recebida.

c) *Conversores digital-analógicos* — Conversão directa, a partir do acumulador, da informação recebida.

d) *Selector* — Geração de 15 impulsos de sincronismo, correspondentes aos 15 canais de informação. Estes impulsos constituem instruções de leitura para os conversores digital-analógicos.

e) *Circuito de sincronismo de ciclo maior* — Retorno a zero de selector por cada canal branco (7 0s consecutivos).

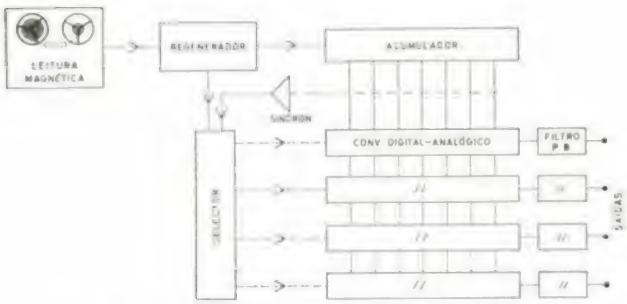


Fig. 6 — Terminal de recepção. Diagrama de blocos

5.1 — **Regenerador** (Figs. 6 e 7)

Como é necessária a obtenção duma sucessão de impulsos uniforme que se processe à frequência de repetição e em fase com os símbolos contidos no sinal recebido, o sistema deve incluir um oscilador sincronizado com esse sinal. A sucessão uniforme, por seu turno, contribui para completar o processo de regeneração.

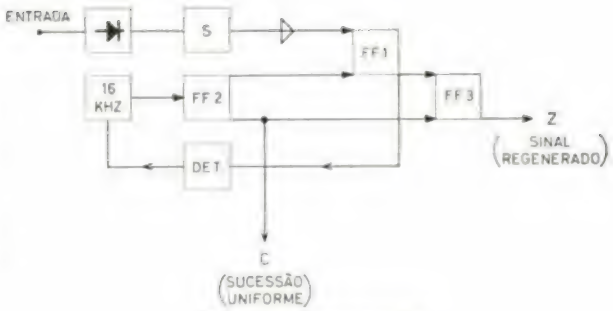


Fig. 7 — Regenerador

O oscilador é constituído por um multivibrador astável modulado em frequência. A tensão modulante resulta da detecção de fase do sinal recebido, em relação ao sinal gerado. A constante de tempo de detector absorve o «flutter» do registador magnético.

Quando o sistema é utilizado em memorização, a velocidade de leitura é dupla da velocidade de gravação. A frequência de repetição é então de 8 kHz.

Como a gravação se processa a 9,5 cm s^{-1}, o número de símbolos memorizados por centímetro de fita magnética é de 420, ao que correspondem, em média, 50 medidas realizadas com erro inferior a 1 %.

Na figura 8 mostram-se sucessivamente oscilogramas do sinal recebido, rectificado, parcial e totalmente regenerado.

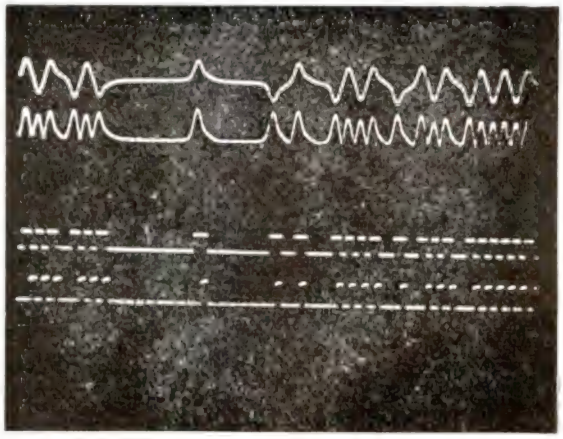


Fig. 8 — Regeneração. Oscilogramas

5.2 — **Conversores digital-analógicos**

Em cada um destes conversores, o sinal é memorizado durante o ciclo maior. Assim, a tensão de saída conserva, durante esse período, o valor

que se observa no instante de leitura, obtendo-se uma resposta em «escada». Como o campo de variação analógica é igual ao do terminal de emissão, esta circunstância elimina a necessidade de amplificar, para se obter a reprodução à razão de 1 : 1.

6 — TECNOLOGIA

O sistema é totalmente transistorizado.

O circuito lógico básico é NEM (complemento da soma). As células de memória são constituídas por flip-flops.

A disposição mecânica dos circuitos impressos assemelha-se à construção tipo CS3 da Bell. Na figura 9 mostram-se os 2 terminais: de emissão e recepção.

7 — CONCLUSÃO

O sistema construído comporta-se de acordo com as características atrás mencionadas. Opera com segurança na gama de temperaturas ambientes de 0 a 40° C. Constitui um poderoso auxiliar para a automatização de observação de obras de Engenharia Civil.

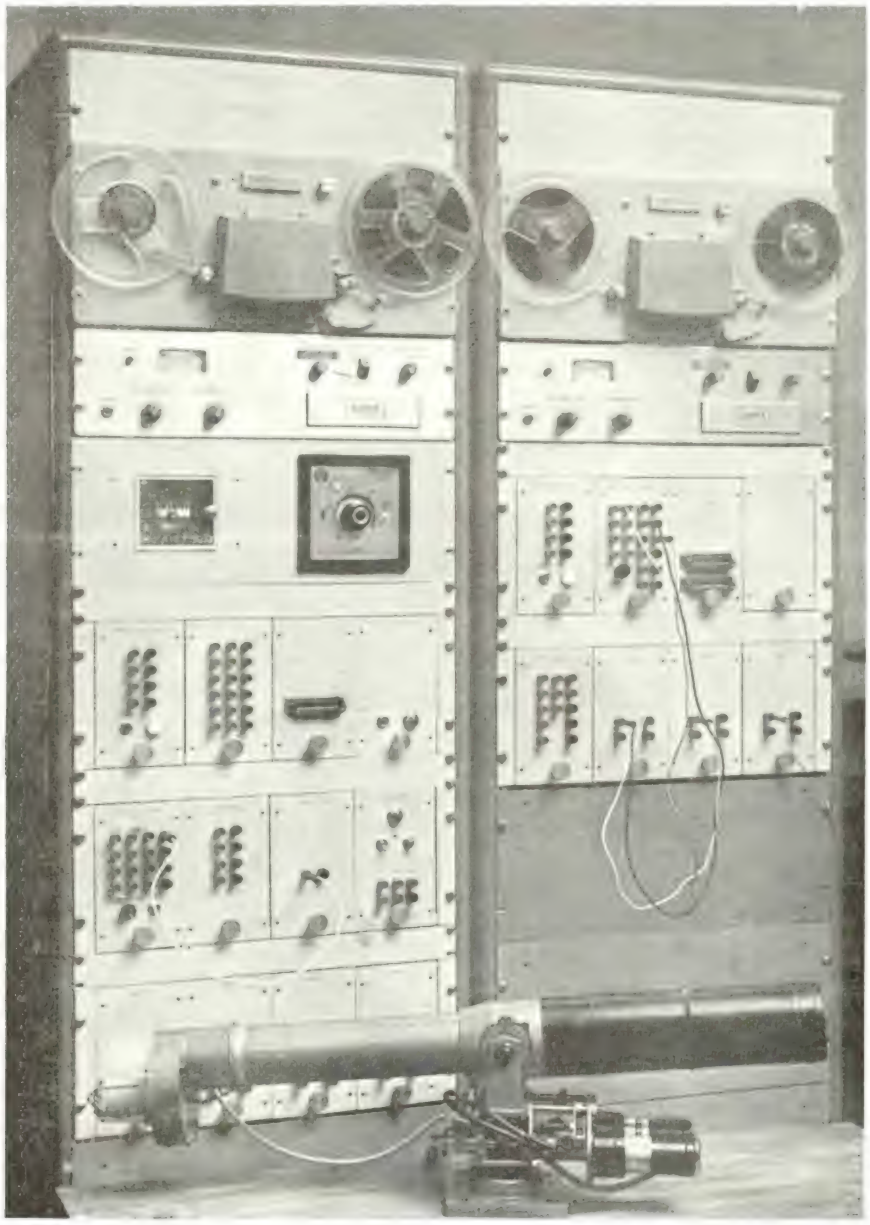


Fig. 9 — Terminais de emissão e recepção

C. D. U. 621.311.5/91

ELEMENTOS SOBRE A PRODUÇÃO E O CONSUMO DE ENERGIA NA REDE ELÉCTRICA NACIONAL (*)

I — Breve nota mensal

No conjunto do sistema as afluências do mês de Julho totalizaram 149 GWh, a que corresponde uma probabilidade de serem excedidas da ordem dos 77 % e um coeficiente de produtividade de 0,73.

As afluências acumuladas desde o início do ano hidrológico até ao fim de Julho têm uma probabilidade de serem excedidas da ordem dos 69 %.

II — Elementos gerais (GWh)

	a) Mensais 1966	a) Mensais 1967	Variação %
Produção hidráulica (P_h) . . .	423,6	439,7	+ 4
Produção térmica (P_t)	0,3	17,7	—
Produção total (P_T)	389,1	423,9	+ 8
Energia recebida de empresas não pertencentes ao RNC (E_r)	0,6	0,4	— 33
Exportações (Ex)	0,0	0,3	—
Importações (I)	0,0	1,2	—
Saldo importador (S_I)	0,0	+ 0,9	—
Consumo em bombagem (C_b) .	0,0	0,0	0
Produção para consumos perman. (P_{cp})	351,8	385,0	+ 9,4 (1)
Produção para consumos não perman. (P_{cnp}) . . .	72,7	73,1	0
Total	424,5	458,1	+ 8
Coeficiente de hidraulicidade	0,71	0,73	—

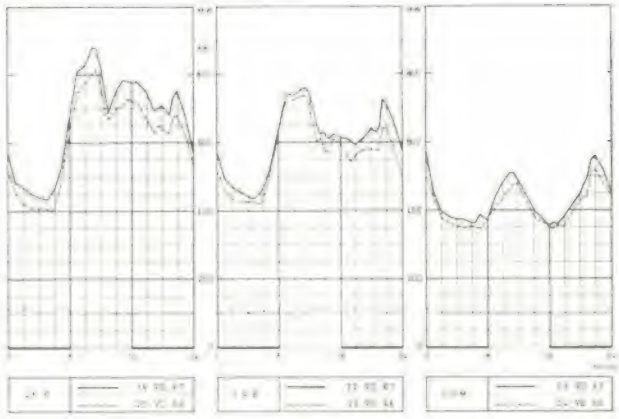
NOTA

(1) O aumento percentual da produção para consumos permanentes, tendo em conta a incidência dos domingos e dias especiais, é respectivamente de 9,0 e 10,8 %.

III — Diagramas de carga dos dias característicos

			4.ª feira: 1966	4.ª feira: 1967
Produção hidráulica		(P_h) MWh	14969	16137
Produção térmica		(P_t) MWh	0	0
Produção total		(P_T) MWh	14969	16137
Trocas com Espanha	Export.	(Ex) MWh	0	0
	Import.	(I) MWh	0	5
Consum em bomb. hidroel.		(C_b) MWh	0	0
Prod. para cons. perm.		(P_{cp}) MWh	12527	13651
Prod. para cons. não perm.		(P_{cnp}) MWh	2442	2491
TOTAL		$P_T + (I - Ex)$ MWh	14969	16142
Características dos diagramas	$P_T + (I-Ex)$	Potência máx. MW	814	881
		Potência min. MW	402	438
		Utiliz. da ponta horas	18,4	18,3
		Factor de carga	0,77	0,76
	P_{cp}	Potência máx. MW	719	778
		Potência min. MW	298	331
		Utiliz. da ponta horas	17,4	17,5
		Factor de carga	0,73	0,73

JULHO



IV — Energia armazenada nas principais albufeiras

Albufeiras:	No fim do mês GWh	No fim do mês % (1)
Alto Rabagão	763,7	78,5
Paradela	153,7	69,1
Venda Nova	109,2	85,3
Salamonde	26,1	94,6
Caniçada	29,9	90,3
Vilar	25,4	27,4
Cabril	263,0	77,5
Castelo do Bode	156,7	96,1
Guilhofrei	5,1	61,4
Lagoa Comprida	27,6 (2)	71,4
Santa Luzia	46,8	75,2
Pracana	10,6	82,2
Póvoa	6,3 (3)	44,2
Total { com A. Rabagão . . .	1623,6	76,8
Total { sem A. Rabagão . . .	859,9	75,3

NOTAS

(1) Coeficiente de enchimento em energia das albufeiras.

(2) Inclui 3,1 GWh armazenados em Vale do Rossim no início do mês e 2,6 GWh no fim do mês.

(3) Inclui 2,7 GWh armazenados no açude do Poio no início do mês e 1,7 GWh no fim do mês.

(*) *Elementos extraídos das estatísticas mensais do Repartidor Nacional de Cargas (R. N. C.). As produções e os consumos das empresas do R. N. C. representam cerca de 94 % dos totais do País.*

O novo Nível automático de engenheiro

WILD NAK 2

com círculo horizontal

WILD
HEERBRUGG

Para nivelamentos de média e grande precisão; com micrómetro de lâmina de faces plano-paralelas para nivelamentos de grande precisão.

Erro médio para 1 Km de nivelamento duplo: ± 1,5 mm

Erro médio para 1 Km de nivelamento duplo com micrómetro: ± 0,4 mm

Luneta de 30 × de aumento com imagem direita de observação

Solicitem catálogo ou demonstração aos representantes exclusivos

WILD PORTUGAL, LDA.

PRAÇA DAS ÁGUAS LIVRES, 8
LISBOA - 2 — TELEFONE 68 11 27

INDUSTRIAIS TEXTEIS

PARA OS VOSSOS MANCHONS, FLANELAS, TRANSPORTADORES,
E TODOS OS TECIDOS TÉCNICOS

EM FIBRAS NATURAIS OU SINTÉTICAS

Consultem:

FANAFEL

FÁBRICA NACIONAL DE FELTROS INDUSTRIAIS
SOCIEDADE LIMITADA

APART.: 9
TELEF.: 52093-52094
TELEG.: FELTROS

OVAR
PORTUGAL

ESCRITÓRIO E FÁBRICA
ESTRADA DE S. JOÃO

Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações, L.da

(SONDADORA)

SONDAGENS geológicas e geotécnicas — CAPTAÇÕES de águas subterrâneas — REBAIXAMENTOS do nível freático — CONSOLIDAÇÕES E ESTABILIZAÇÃO do solo — INJECÇÕES DE CIMENTO e outros produtos — INFRAESTRUTURAS de barragens, túneis e pontes — FUNDAÇÕES de todos os tipos

Única Empresa da especialidade com sede no Ultramar Português

DELEGAÇÃO - LISBOA
R.S.Pedro de Alcântara, 1
Tel. 32 46 93 e 21 32 56

SEDE - LUANDA
Rua Serpa Pinto, 60
C.P.2178 - Tel.4226

MOÇAMBIQUE
L.Marques - C.P.982 - Tel.74 11 21
Beira - C.P. 1002 - Tel. 71497

C. D. U. 624.058.2 : 539.374
691.327 : 531.781.2

PRINCÍPIOS TEÓRICOS DA DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DIRECTA DE TENSÕES EM MEIOS VISCOELÁSTICOS. APLICABILIDADE AO BETÃO EM OBRA

por CARLOS ALBERTO FLORENTINO
Eng. Civil, especialista do L. N. E. C.

(Conclusão)

6 – INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS

As expressões obtidas permitem o estabelecimento de novas bases teóricas para o projecto de tensómetros em meios que sofrem deformações por fluência.

Verifica-se que, num ensaio de fluência, as tensões suportadas por inclusões não completamente rígidas em meios viscoelásticos são com generalidade funções do tempo. Para que essas inclusões pudessem rigorosamente funcionar como tensómetros, deveria pois ter-se um factor de calibração (ou seja a relação entre a tensão a medir e a indicação fornecida pelo tensómetro) dependente do tempo. Na prática, poderá, porém, admitir-se a utilização de inclusões como tensómetros, desde que a variação no tempo do factor de calibração se possa considerar desprezável, em face da precisão admissível para a medida. Através das expressões deduzidas na alínea anterior, demonstra-se que, considerando como parâmetros o módulo de elasticidade e as proporções geométricas da inclusão, é teòricamente possível atribuir-lhes valores que tornem as variações do factor de calibração tão pequenas quanto se queira.

Considerando o ensaio de fluência, o valor máximo do factor de calibração corresponde ao momento de aplicação da carga e o mínimo só será atingido ao fim de tempo infinito. Para utilizar uma inclusão como tensómetro, será necessário que a relação entre esses factores, que corresponde à relação entre as tensões suportadas pela inclusão, não se afaste da unidade mais do que a percentagem de erro admissível.

No que segue, analisaremos o quociente entre o máximo factor de calibração e o mínimo, ou seja, o quociente entre a tensão na inclusão ao fim de tempo infinito, e a tensão inicial.

Vimos que, no caso de um meio viscoelástico regido pelas leis (3.1) e de parâmetros constantes, esse quociente era dado por (3.19) com o valor máximo (3.21).

É fácil verificar que essas expressões tendem para a unidade se o valor de H/DE_i tender para 0. Isto é, na medida em que os problemas de sensibilidade da medida possam ser resolvidos, um tensómetro cilíndrico num meio com estas características deverá ser uma inclusão extremamente rígida, ou uma inclusão de pequena relação altura-diâmetro, ou ainda uma conjugação destes dois tipos, por forma a que o quociente H/DE_i não exceda um valor máximo conveniente, em face da precisão pretendida para a medida. Para cada grau de aproximação, aquele valor conveniente dependerá ainda, como se depreende da fórmula, dos valores de E_m e de B, características do meio indefinido.

Se o fator $\frac{H}{DE_i}$ tende para ∞, verificamos que a expressão (3.19) tende para $1 + E_m B$, o que será característico de um funcionamento como extensómetro.

No caso de um tensómetro circular, a relação a considerar é (5.3) com o valor máximo (5.5), podendo pois extrair-se a mesma conclusão que

anteriormente em relação ao módulo de elasticidade da inclusão para que possa funcionar como tensómetro.

Com generalidade, poderíamos, para uma qualquer forma de tensómetro, considerar a relação

$$q_1 = \frac{\psi + \frac{E_m}{E_i}}{\psi + \frac{1}{E_i} \frac{E_m}{1 + E_m B}} \qquad (6.1)$$

em que ψ é um factor dependente da forma geométrica do tensómetro.

No caso de um meio viscoelástico com parâmetros característicos dependentes da idade, e uma inclusão cilíndrica, a relação a considerar é intermédia entre a anterior, ou seja

$$q_1 = \frac{\frac{H}{\alpha D} \cdot \frac{E_m}{E_i} + \frac{1-\nu^2}{2} \pi}{\frac{H}{\alpha D} \frac{1}{E_i} \frac{E_m}{1 + E_m B_o} + \frac{1-\nu^2}{2} \pi} \qquad (3.19)$$

e

$$q_1' = \frac{\frac{H}{\alpha D} \cdot \frac{E_m}{E_i} + \frac{1-\nu^2}{2} \pi \frac{1 + E_m B_\infty}{1 + E_m B_o}}{\frac{H}{\alpha D} \frac{1}{E_i} \frac{E_m}{1 + E_m B_o} + \frac{1-\nu^2}{2} \cdot \pi \frac{1 + E_m B_\infty}{1 + E_m B_o}} \qquad (5.19)$$

desde que se tenha $B_\infty < B_o$.

Demonstra-se fàcilmente que, dado que esta condição se verifique, o valor da expressão (5.19) é superior ao da expressão (3.19). Pode também notar-se que ambos os limites tendem para a unidade quando H/DE_i tende para 0, pelo que as conclusões anteriores são generalizáveis para este tipo de meio. No entanto, a velocidade com que o limite superior (5.19) tende para a unidade é agora dependente, não só de E_m e B_o, como também de B_∞. Se a relação $(1 + E_m B_\infty) / (1 + E_m B_o)$ não é muito pequena, os valores das expressões (5.19) e (3.19) não são muito afastados. Caso contrário, o estudo feito deveria ser aperfeiçoado por forma a determinar rigorosamente a função da tensão no tensómetro ou aproximar entre si os limites inferior e superior a considerar.

As expressões encontradas podem servir de base a uma crítica dos anteriores critérios de projecto de tensómetros em meios que sofrem deformações por fluência.

No que respeita às bases teóricas originais da aplicação do método das inclusões nesses meios, verifica se que as expressões deduzidas lhes permitem dar uma justificação parcial. De facto, elas correspondem a assimilar o efeito das deformações de fluência a variações no tempo do módulo de elasticidade de um meio elástico.

Ora, num meio viscoelástico de parâmetros E e B invariáveis, sujeito a uma carga constante, a tensão suportada por uma inclusão cilíndrica ao fim de tempo infinito é

$$\sigma_i(\infty) = \frac{\frac{H}{\alpha D} + \frac{1-\nu^2}{2} \pi}{\frac{H}{\alpha D} \cdot \frac{1}{E_i} \frac{E_m}{1 + E_m B} + \frac{1-\nu^2}{2} \pi} \sigma \qquad (3.18)$$

o que corresponde à tensão suportada por uma inclusão num meio elástico de módulo de elasticidade igual a $E_m / (1 + E_m B)$, que é afinal o módulo de elasticidade efectivo do meio viscoelástico ao fim de tempo infinito. Este resultado confirma a interpretação teórica original do método das inclusões, neste caso particular, e legitima o critério para projecto de tensómetros, que consiste em determinar a relação E_i / E_m a partir da qual a função (2.7) de E_i / E_m, ou seja,

$$\sigma_i = \frac{\frac{H}{D} + \frac{1}{2} \alpha (1-\nu^2) \pi}{\frac{H}{D} \cdot \frac{E_m}{E_i} + \frac{1}{2} \alpha (1-\nu^2) \pi} \sigma = \frac{1}{q_2} \sigma \qquad (6.2)$$

se torne pràticamente paralela à sua assíntota. No entanto, desde já se deve notar que a evolução no tempo da tensão suportada pela inclusão cilíndrica no meio viscoelástico de parâmetros invariáveis não corresponde à sua evolução se inserida num meio elástico cujo módulo de elasticidade variasse no tempo de acordo com o módulo de elasticidade efectivo do meio viscoelástico. Tal só se verificará no infinito, para o meio regido pelas leis (3.1). Por outro lado, é importante notar que a tensão suportada pela inclusão num meio viscoelástico de parâmetros dependentes da idade (decréscimo com a idade da fluência específica) tende para um valor limite superior ao que corresponderia a um meio elástico de módulo de elasticidade igual ao módulo de elasticidade efectivo no infinito. Pode, finalmente, con-

cluir-se que, se a interpretação original do método das inclusões permitiu detectar os parâmetros de interesse no projecto dos tensómetros para meios viscoelásticos, e definir qualitativamente o seu sentido de actuação nos resultados obtidos, ela revela-se, por outro lado, insuficiente na definição das percentagens de erro consentidas pelos tensómetros. As expressões apresentadas neste trabalho são uma tentativa de progresso neste sentido.

Como exemplificação, apresentam-se na fig. 2 as curvas q_1, $q_{1máx}$, q_1' e q_2 definidas respectivamente através de (3.19), (3.21), (5.19) e (6.2) em função da relação E_i / E_m para um meio viscoelástico em que se verifiquem

$$1 + E_m B_o = 4$$

$$\frac{1 + E_m B_\infty}{1 + E_m B_o} = 0{,}3$$

e admitindo dois tipos geométricos definidos através de $H/\alpha D = 0{,}2$ e $H/\alpha D = 3$. As relações escolhidas entre os parâmetros viscoelásticos foram consideradas por se admitir que se possam verificar frequentemente no betão em casos típicos.

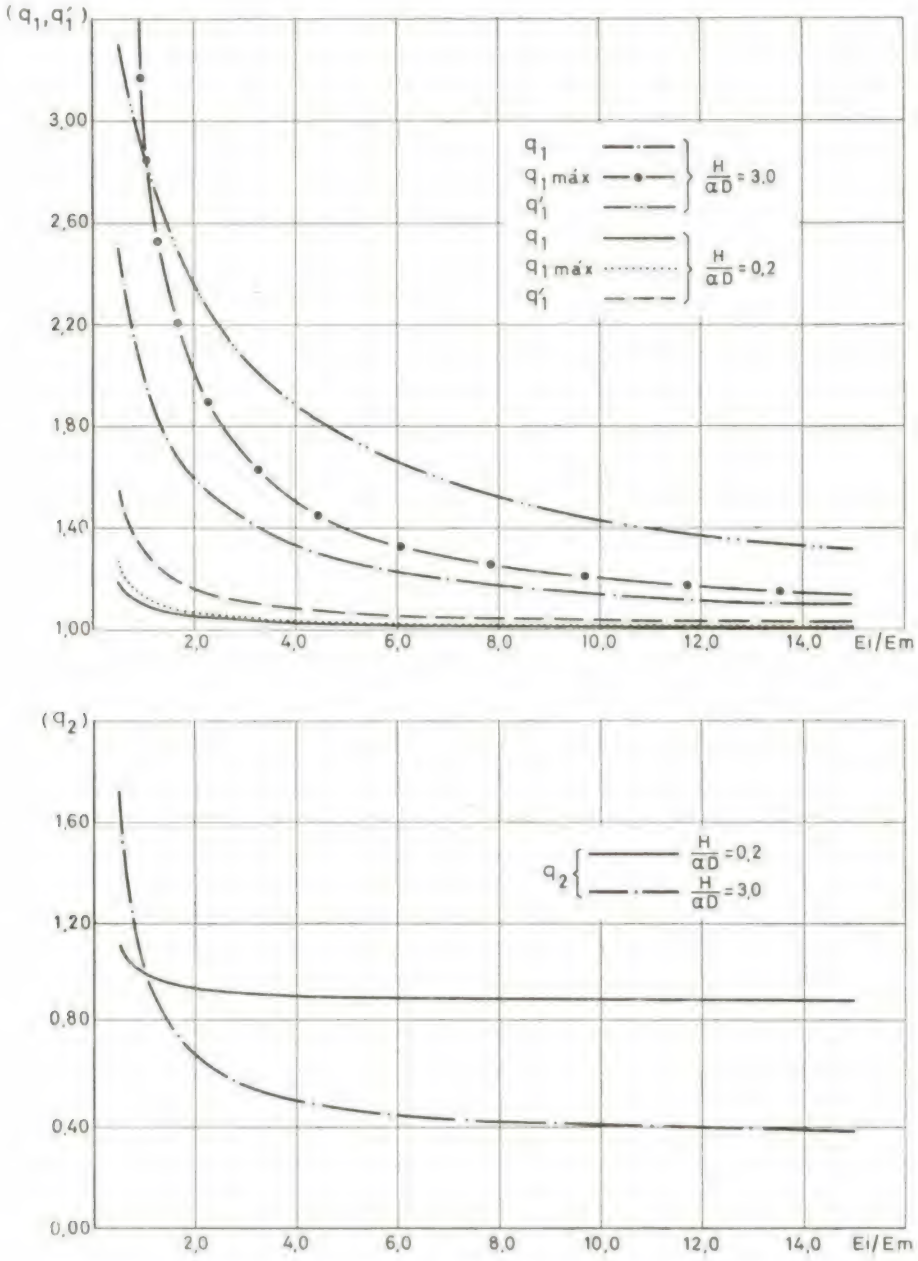


Fig. 2

Na fig. 3 estão representadas as mesmas curvas, mas agora em função de $\alpha D/H$, e mantendo constante o parâmetro $E_i / E_m = 4$.

A função q_1 dá directamente, pela diferença entre a ordenada relativa a uma dada abcissa e a assíntota da curva, ou seja a unidade, o máximo erro consentido pelo tensómetro num ensaio de fluência se o meio é regido pelas leis (3.1). Por outro lado, as funções q_1 e q'_1 enquadram o erro consentido pelo tensómetro num meio viscoelástico semelhante, mas em que o parâmetro B dependa da idade, decrescendo com esta. Verifica-se, a partir das curvas das figs. 2 e 3 que estes limites, em casos correntes, não serão muito distintos. A incerteza no erro aumenta para valores baixos de E_i/E_m ou $\alpha D/H$. É possível que uma análise mais elaborada os permita aproximar se o interesse prático o exigir. A curva $q_{1máx}$ é bastante próxima de q_1, para valores elevados de E_i/E_m e $\alpha D/H$ e é normalmente inferior a q'_1. É de notar ainda (fig. 2) que, para valores baixos de $H/\alpha D$, os erros consentidos pelos tensómetros são muito pequenos, mas aumentam bastante quando a relação E_i/E_m é inferior ou pouco superior à unidade. Tal facto desaconselha o uso de tensómetros de compressibilidade semelhante à do meio, cujo projecto se fundamenta normalmente na possibilidade de uma calibração directa do aparelho em máquina de ensaio e na diminuição das tensões secundárias de interacção com o meio.

No que respeita à segunda interpretação do método das inclusões, baseada no conceito de factor de dependência, as expressões agora deduzidas permitem concluir que aquele factor, no caso de meios viscoelásticos, é ainda uma função

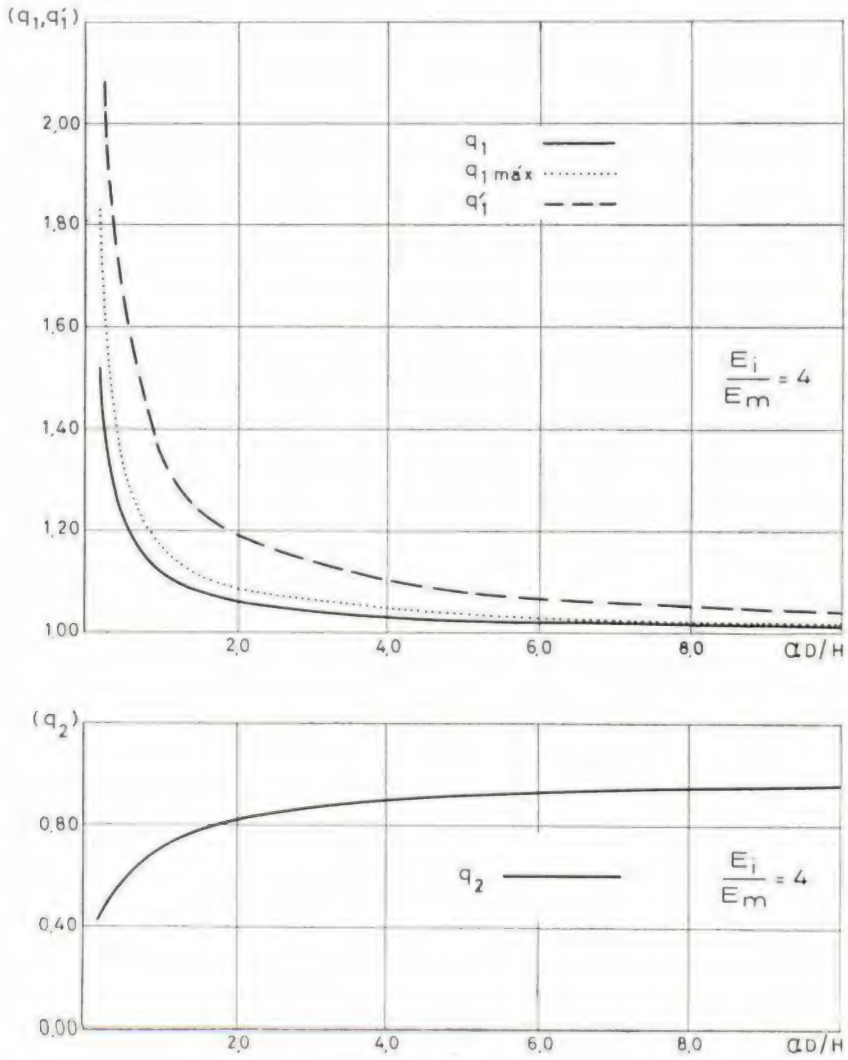


Fig. 3

do tempo. Para uma variação autogénia de volume do tipo da retracção, e que, portanto, se pode considerar como uma função do tempo, com derivada decrescente e de lei exponencial, o valor máximo (atingido ao fim de tempo infinito) da tensão secundária dada por (4.5) é relacionado com o valor fornecido para a extensão máxima pela teoria original (2.12) pelo factor de redução $s\gamma/ab$, em que o significado das letras foi explicado na alínea 4. Pode concluir-se que a mesma relação existirá entre o valor máximo do verdadeiro factor de dependência para este caso e o valor original.

É de assinalar o facto de o factor de dependência ser na realidade uma função das características mecânicas do meio e da inclusão, e não sòmente geométricas, como na expressão original (2.12). Aquelas características são introduzidas através de a e b, por serem as raízes de uma equação cujos parâmetros são por elas condicionados. Nos casos que nos interessam (pensando no betão e no fenómeno de retracção) verifica-se que o factor de dependência diminuirá, embora não muito acentuadamente, com o aumento do módulo de elasticidade da inclusão [16].

Por outro lado, as deduções feitas permitem também concluir que o factor de dependência relativo às deformações autogénias de volume não pode ser considerado válido para as deformações de fluência. No entanto, se se pretender extrapolar o conceito de factor de dependência para o caso da fluência, dever-se-á admitir para ele uma nova expressão. Para extensão do conceito, o que se nos afigura mais lógico será considerar, para um ensaio de fluência, o quociente entre o acréscimo da tensão acusado pelo tensómetro ao fim de tempo infinito e a tensão no momento de aplicação da carga. O factor de dependência para a fluência seria, portanto, dado por

$$f' = \frac{\sigma_{i\infty} - \sigma_i}{\sigma_i} \tag{6.3}$$

pelo que é fácil deduzir as suas expressões. No caso de meios viscoelásticos de parâmetros constantes, teríamos

$$f' = \frac{\dfrac{H}{\alpha D} \cdot \dfrac{E_m}{E_i} + \dfrac{1-\nu^2}{2}\pi}{\dfrac{H}{\alpha D}\,\dfrac{1}{E_i}\,\dfrac{E_m}{1+E_m B} + \dfrac{1-\nu^2}{2}\pi} - 1 = q_1 - 1 \tag{6.4}$$

Este factor de dependência corresponderia, portanto, ao máximo erro da indicação de um tensómetro cuja calibração fosse a do instante inicial.

Faz-se notar que este factor de dependência tem uma nítida relação com o módulo de elasticidade do tensómetro, diminuindo com o aumento deste, como já se viu, e anulando-se para uma rigidez infinita. Este resultado invalida, portanto, a segunda interpretação do método das inclusões para a qual só a geometria da inclusão contava para efeitos de projecto de tensómetros.

Para um meio em que o parâmetro B tendesse para infinito, teríamos o factor de dependência traduzido pela expressão muito simples

$$f_{máx} = \frac{2}{\alpha\pi(1-\nu^2)} \cdot \frac{H}{D} \cdot \frac{E_m}{E_i} \tag{6.5}$$

Devemos concluir, portanto, que, para o projecto de tensómetros se poderá actuar, tanto na relação H/D como na relação E_m/E_i, reduzindo-as a valores convenientes em face dos máximos erros pretendidos, para o que nos poderemos socorrer das fórmulas apresentadas na alínea 5.

7 — COMPARAÇÃO COM OUTROS ESTUDOS SOBRE A INFLUÊNCIA DA VISCOELASTICIDADE NAS INDICAÇÕES FORNECIDAS PELOS TENSÓMETROS; INTERPRETAÇÃO E EXPLORAÇÃO DE RESULTADOS

O estudo apresentado nas alíneas anteriores refere-se a meios viscoelásticos de características particulares. Designadamente, a lei reológica utilizada para a compressão simples

$$\varepsilon(t) = \left[\frac{1}{E_m} + B\left(1 - e^{-\gamma t}\right)\right]\sigma = F_m(t)\,.\,\sigma \tag{7.1}$$

traduz o comportamento de um corpo que, na literatura de língua inglesa, é frequentemente designado por «sólido standard» e de que o modelo reológico é constituído por um sólido de Hooke associado em série a um sólido de Kelvin (ver fig. 4), pelo que também se designa por sólido de Hooke-Kelvin.

A hipótese suplementar $\nu = c.^{te}$ constitui uma outra opção, que nem sempre é adoptada no estudo teórico dos corpos viscoelásticos. De

facto, frequentemente admite-se que, sob carga constante, a componente volumétrica da deformação não varia com o tempo, isto é, aqueles

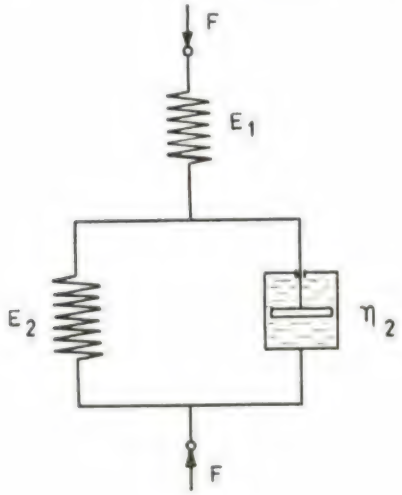


Fig. 4

corpos comportar-se-iam como elásticos para a deformabilidade volumétrica. Ter-se-ia, portanto, que

$$\sigma_{ii} = 3\,K\,\varepsilon_{ii} \tag{7.2}$$

em que o módulo de Bulk K é um valor constante.

No caso estudado, ao contrário, as originais das funções

$$\mu^* = \frac{1}{2\,F_m{}^*\,(1+\nu)} \qquad K^* = \frac{1}{3\,F_m{}^*\,(1-2\,\nu)} \tag{7.3}$$

permitem caracterizar o comportamento reológico do corpo ao corte simples ou sob tensão hidrostática.

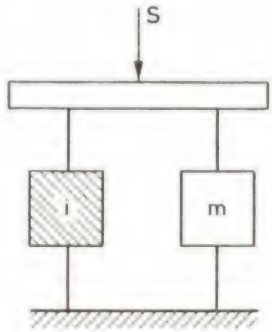
A teoria desenvolvida na alínea 3 restringe-se, portanto, a um sólido «standard» com coeficiente de Poisson constante. Na alínea 5 os resultados obtidos são utilizados para enquadrar o que se passa num sólido do mesmo tipo, mas em que os valores das constantes características dependem da idade do material. Este caminho foi adoptado, uma vez que a preocupação fundamental do trabalho era a determinação de tensões no betão, e se escolheram as expressões (5.3) fornecidas por Aroutiounian, como uma descrição analítica bastante ajustada do comportamento reológico daquele material.

As conclusões obtidas não podem portanto ser generalizáveis para todos os corpos viscoelásticos. Posteriormente à elaboração do nosso trabalho, tivemos conhecimento da existência de outros, em que a influência da viscoelasticidade sobre as indicações fornecidas pelos tensómetros é analisada. Um resumo destes trabalhos tem o maior interesse para efeito de complemento do estudo que se apresenta, e ainda para comparação de resultados.

O primeiro é devido a Arlinger e Lundström [21] (1961), e, conforme citação de Jan Hult [22] estuda um anel circular elástico embebido num corpo de Maxwell, e mostra que a evolução das tensões no tempo tem derivada decrescente de lei exponencial, e que a tensão do anel tende para um valor proporcional à tensão no corpo, mas independente das propriedades do meio envolvente.

Jan Hult [22] (1963) apresenta uma tentativa de previsão do comportamento de tensómetros em diferentes tipos de meios viscoelásticos.

Considera um modelo muito simplificado de distribuição da carga entre o meio e a inclusão em que estes funcionam sob a acção da carga S como os elementos de uma associação em paralelo (ver fig. 5).



i → inclusão
m → meio

Fig. 5

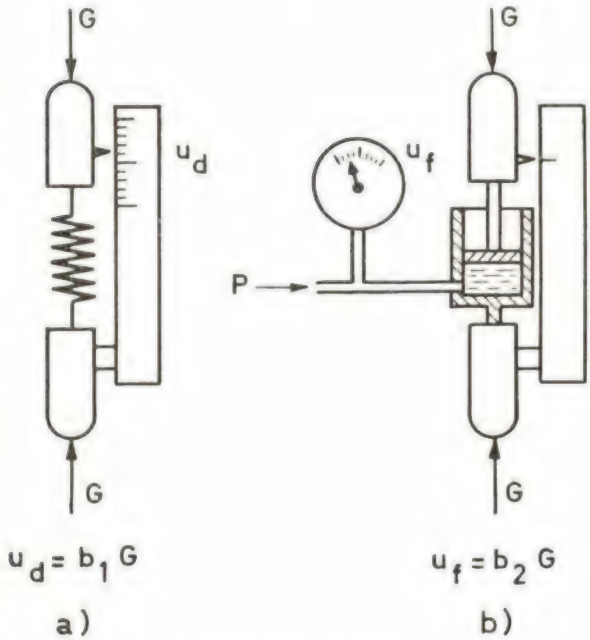
O autor classifica os tensómetros em passivos e activos (fig. 6). Os tensómetros passivos podem ser esquemàticamente representados por uma mola com uma certa deformabilidade.

Sob a acção de uma carga G, sofrem uma deformação Δi proporcional à carga G através do inverso da sua rigidez c_i, ou seja,

$$\Delta_i = \frac{1}{c_i}\,G \tag{7.4}$$

Se H é a altura do tensómetro e Ω a sua secção transversal, é fácil verificar que a rigidez está relacionada com o módulo de elasticidade E_i do tensómetro através de

$$c_i = \frac{\Omega}{H} \cdot E \qquad (7.5)$$



a) tensómetro passivo
b) tensómetro activo
b_1, b_2 → constantes dos tensómetros

Fig. 6

É de notar que, segundo este conceito, um tensómetro cilíndrico de elevada relação diâmetro-altura será um tensómetro rígido, mesmo se o seu módulo de elasticidade for semelhante ao do meio envolvente.

Os tensómetros activos têm outro princípio de funcionamento. A medida é feita fazendo-os actuar por uma pressão de óleo no interior tal que a sua deformação sob a acção da carga seja nula. Um tensómetro activo tem o mesmo efeito sobre o meio envolvente que um tensómetro passivo de rigidez infinita. Ambos os tipos de tensómetros podem portanto ser tidos em conta através do esquema da fig. 5, em que o modelo da inclusão é uma mola de rigidez c_i. O resultado correspondente a um tensómetro activo é o que se obtém fazendo $c_i = \infty$.

Quanto ao meio envolvente, o autor admite duas hipóteses: a viscoelasticidade linear e a viscoelasticidade não linear.

No caso da viscoelasticidade linear, adopta o corpo de Burgers, constituído por uma associação em série de um líquido de Maxwell e um sólido de Kelvin (fig. 7).

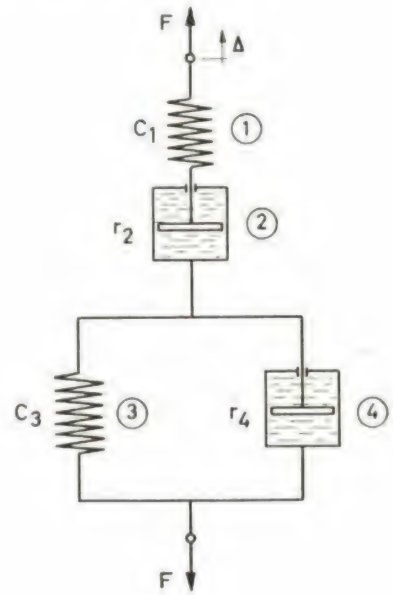


Fig 7

Os elementos Hookeanos são caracterizados pela sua rigidez c e os dashpots pelas constantes r de proporcionalidade entre as forças aplicadas e as derivadas no tempo da deformação.

A equação constitutiva deste corpo pode escrever-se:

$$\ddot{\Delta} + \frac{c_3}{r_4}\dot{\Delta} = \frac{1}{c_1}\left[\ddot{F} + \left(\frac{c_1}{r_2} + \frac{c_1 + c_3}{r_4}\right)\dot{F} + \frac{c_1 c_3}{r_2 r_4} F\right]$$

O autor deduz que, por acção de uma força exterior constante S, a carga na inclusão, de valor G_0 quando introduzida no meio, tem uma evolução no tempo com derivada decrescente de lei exponencial, tendendo para o valor da própria carga S, ou seja $G_\infty = S$ (ver fig. 8). A carga

$$\frac{G_0 + G_\infty}{2}$$

é atingida ao fim de um tempo dado por

$$\tau = \left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_i}\right)\frac{r_2 r_4}{r_2 + r_4} \qquad (7.6)$$

o qual será mínimo se a rigidez da inclusão for infinita

$$\tau_{min.} = \frac{1}{c_1} \cdot \frac{r_2\, r_4}{r_2 + r_4} \qquad (7.7)$$

O autor deduz ainda, utilizando a equação constitutiva geral com valores particulares dos parâmetros, as cargas na inclusão ao fim de tempo infinito (G_∞) e os tempos τ para os casos de um líquido não viscoso ($r_2 = 0$), de um líquido viscoso ($c_1 = r_4 = \infty$) de um corpo de Maxwell ($r_4 = \infty$), de um sólido elástico ($r_2 = r_4 = \infty$), de um corpo de Kelvin ($c_1 = r_2 = \infty$) e de um corpo de Hooke-Kelvin ($r_2 = \infty$).

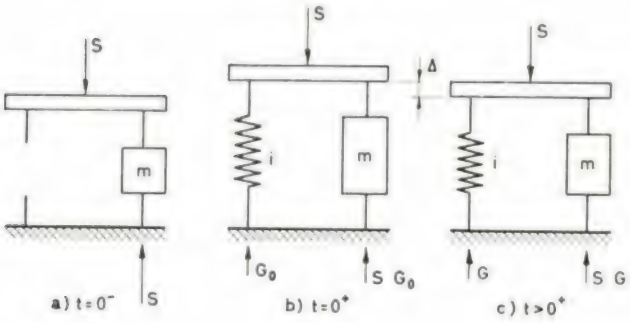


Fig. 8

Finalmente, analisa os corpos viscoelásticos não lineares, admitindo que podem ser descritos muito aproximadamente pela equação constitutiva

$$\dot{\Delta} = K_1 \,.\, F^{m-1}\, \dot{F} + K_2\, F^n \qquad (7.8)$$

com $n > m > 1$

Considera dois casos de aplicação de força — a carga constante e a carga ràpidamente variável — e conclui que, na maioria dos casos, é teòricamente possível a utilização como tensómetros de inclusões rígidas.

Como o próprio autor faz notar, o modelo da fig. 4 é uma representação demasiado esquemática de um corpo sujeito a carga e com uma inclusão no interior, pelo que as conclusões extraídas não podem ser consideradas válidas senão num sentido grosseiramente qualitativo; porém, o autor atribui-lhe a capacidade de deduzir as características mecânicas essenciais do sistema. O projecto definitivo de um aparelho concreto seria então necessàriamente completado por uma análise mais detalhada, em que fosse tida em conta a tridimensionalidade do sistema, a forma do aparelho, etc., estudo esse do tipo do que é exposto no presente trabalho.

Com base no estudo descrito de Hult, este autor e outros [23], (1966), elaboraram uma classificação dos tensómetros em face das características do meio envolvente.

Berry e Fairhurst [24] (1964) apresentam a resolução do problema de uma inclusão cilíndrica de comprimento indefinido inserida num meio viscoelástico, por uma forma que permite a previsão do comportamento do sistema num grande número de casos referentes às características do meio.

De facto, as deformações ε_i podem ser descritas a partir das tensões σ_j através de funções do tempo S_{ij} segundo a expressão geral

$$\varepsilon_i(t) = S_{ij}(0)\, \sigma_j(t) + \int_0^t S'_{ij}(t-\tau)\, \sigma_j(\tau)\, d\tau \qquad (7.9)$$

Os índices i ou j, se iguais a 1, 2 ou 3, referem-se a extensões ou tensões normais; se iguais a 4, 5 ou 6, referem-se a distorsões ou tensões tangenciais.

No caso elástico, as funções S_{ij} são independentes do tempo e podem escrever-se

$$S_{ii} \begin{cases} = \dfrac{1}{E} & (i = 1, 2, 3) \\ = \dfrac{1}{\mu} & (i = 4, 5, 6) \end{cases} \qquad (7.10)$$

$$S_{ij} \begin{cases} = -\dfrac{\nu}{E} & (i, j = 1, 2, 3) \\ = 0 & (i, j = 4, 5, 6) \end{cases}$$

No caso viscoelástico, as funções S_{ij} dependerão do tempo e podemos escrever (1)

$$\varepsilon_i^* = S_{ij}^*\, \sigma_j^* \qquad (7.11)$$

em que os símbolos * representam, como anteriormente, a transformação de Carson.

Os autores extraem conclusões de muito interesse com a única limitação de atribuir às funções S_{11} e S_{66} as seguintes expressões, aliás bastante gerais

(1) Os autores utilizam a transformação de Laplace; porém, por simplicidade de exposição, continuaremos a utilizar a transformação de Carson.

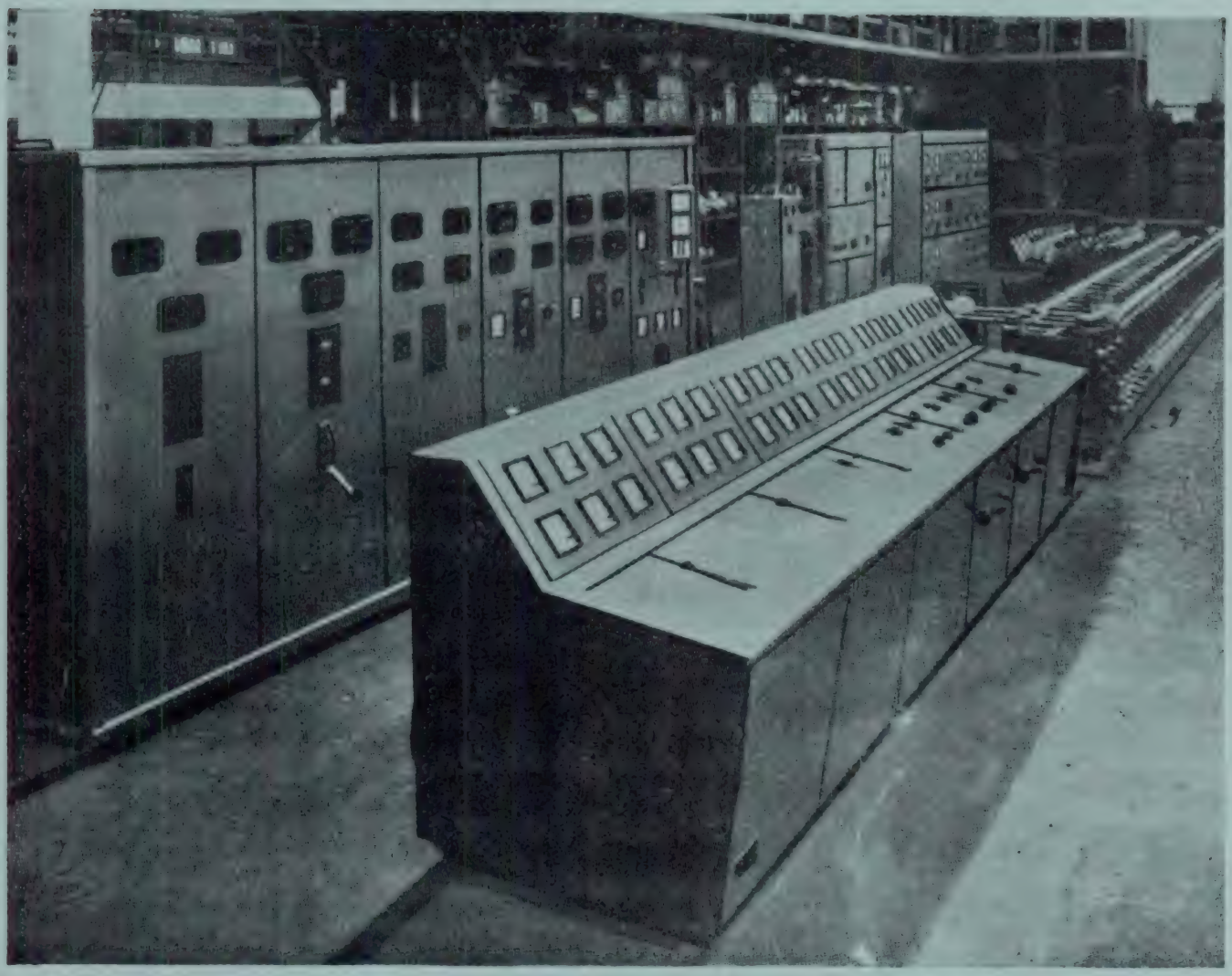
JAYME DA COSTA, L^DA

MECÂNICA E ELECTRICIDADE EM TODAS AS APLICAÇÕES

PORTO
Praça da Batalha, 12
Telef. 2 28 12 (PPC)

LISBOA
Rua dos Correeiros, 14
Telef. 32 70 35 (PPC)

LUANDA
Cx. Postal 5174
Telef. 4743



Material fabricado nas nossas oficinas, pronto para expedição

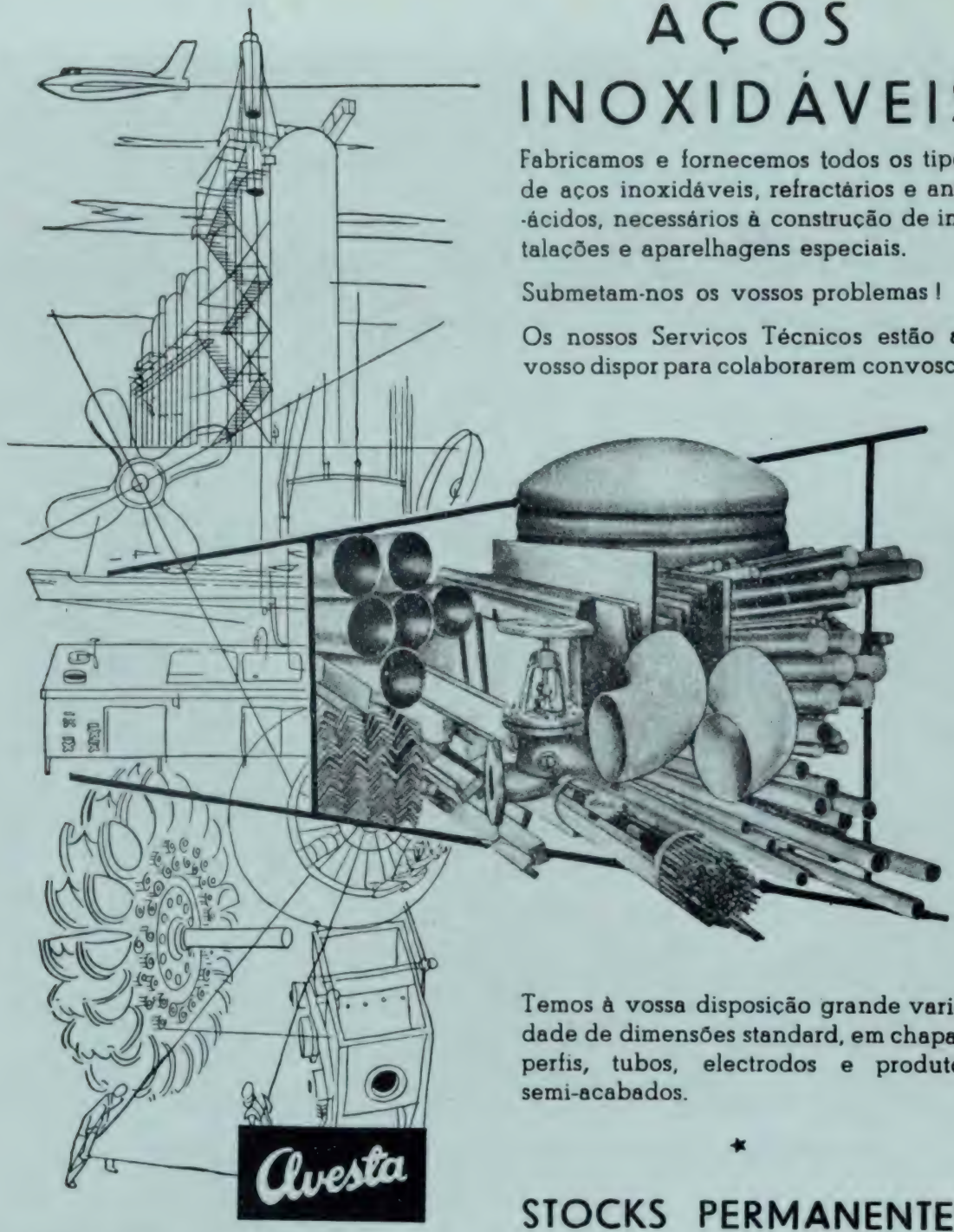
- Fabricação de aparelhagem eléctrica de alta e baixa tensão
- Equipamentos electromecânicos completos para centrais e fábricas
- Postos de transformação tipo monobloco
- Quadros blindados, capsulados e em armário
- Armaduras de iluminação de todos os tipos
- Contadores eléctricos e instrumentos de medida
- Telemedida e telecomando
- Instalações elevatórias de água
- Instalações de saneamento e esgotos
- Ferramentas de corte
- Motores Diesel industriais e marítimos
- Fogões eléctricos
- Frigoríficos
- Ventilação e condicionamento de ar
- Aparelhagem de Raios X e electromedicina

AÇOS INOXIDÁVEIS

Fabricamos e fornecemos todos os tipos de aços inoxidáveis, refractários e anti-ácidos, necessários à construção de instalações e aparelhagens especiais.

Submetam-nos os vossos problemas!

Os nossos Serviços Técnicos estão ao vosso dispor para colaborarem convosco.



Temos à vossa disposição grande variedade de dimensões standard, em chapas, perfis, tubos, electrodos e produtos semi-acabados.

★

STOCKS PERMANENTES

AVESTA JERNVERKS AKTIEBOLAG
AVESTA — SUÉCIA

Representantes Exclusivos para Portugal e Ultramar:

A. JOHNSON & Co (PORTUGAL), L.DA

SEDE EM LISBOA:
Praça José Fontana, 11-1.º
Telef. 537015-537016-537017-537018

FILIAL NO PORTO:
R. Dr. António Granjo, 160/168
Telef. 54666

$$S_{11}(t) = a_1 + b_1 t + \int_0^{\infty} G_1(\tau)\,(1 - e^{-t/\tau})\,d\tau$$

$$S_{66}(t) = a_6 + b_6 t + \int_0^{\infty} G_6(\tau)\,.\,(1 - e^{-t/\tau})\,d\tau \qquad (7.12)$$

S_{11} e S_{66} exprimem o comportamento do corpo à compressão simples ou ao corte simples; nas suas expressões, a_i representa a componente instantânea da extensão ou distorsão; b_i a viscosidade; e $G_i(\tau)$ são os espectros dos tempos de retardação da fluência.

Retomemos, no entanto, o problema geral. Segundo o estudo de Savin [25] para o caso elástico, se N_1 e N_2 são as tensões no meio actuando num plano normal ao eixo do cilindro, actuam neste tensões P_1 e P_2, com as mesmas direcções de N_1 e N_2, e dadas por

$$\left.\begin{matrix} 2P_1 \\ 2P_2 \end{matrix}\right\} = \frac{1+\chi}{2+\mu\,\dfrac{\chi'-1}{\mu'}}(N_1+N_2) \pm \frac{1+\chi}{\chi+\dfrac{\mu}{\mu'}}(N_1-N_2) \qquad (7.13)$$

em que o sinal ' se refere à inclusão e χ toma os valores

$$\chi = \begin{cases} 3-4\nu \\ \dfrac{3-\nu}{1+\nu} \end{cases} \qquad (7.14)$$

conforme se trata, respectivamente, de um estado plano de deformação ou de tensão.

Berry e Fairhurst interessam-se pelo caso da deformação plana e transformam a expressão em

$$\left.\begin{matrix} P_1 \\ P_2 \end{matrix}\right\} = a\,(N_1+N_2) \pm b\,(N_1-N_2) \qquad (7.15)$$

com

$$a = \frac{2 - \dfrac{1}{2}\dfrac{E}{\mu}}{1+c'\mu} \qquad b = \frac{4 - \dfrac{E}{\mu}}{7 - 2\dfrac{E}{\mu} + d'\mu} \qquad (7.16)$$

sendo c' e d' duas constantes da inclusão dadas por

$$c' = (\mu' + \lambda')^{-1} \qquad (\lambda, \mu \rightarrow \text{constantes de Lamé})$$
$$d' = \mu'^{-1} \qquad (7.17)$$

Nesta expressão, a solução está dada em termos das características do meio E e μ que correspondem aos inversos de S_{11} e S_{66}.

A solução geral do problema no caso viscoelástico será, portanto, obtida através de

$$\left.\begin{matrix} P_1^* \\ P_2^* \end{matrix}\right\} = A^*\,(N_1^* + N_2^*) \pm B^*\,(N_1^* + N_2^*) \qquad (7.18)$$

em que A^* e B^* são determinados a partir de a e b substituindo $1/E$ por S_{11}^* e $1/\mu$ por S_{66}^*, obtendo-se fàcilmente

$$A^* = \frac{S_{66}^*\,(4S_{11}^* - S_{66}^*)}{2S_{11}^*\,(S_{66}^* + c')}$$

$$B^* = \frac{S_{66}^*\,(4S_{11}^* - S_{66}^*)}{S_{66}^*\,(7S_{11}^* - 2S_{66}^*) + d'S_{11}^*} \qquad (7.19)$$

Interessa, em particular, o caso em que N_1 e N_2 são constantes. Teremos então $N_1^* = N_1$; $N_2^* = N_2$. Resultará,

$$\left.\begin{matrix} P_1(t) \\ P_2(t) \end{matrix}\right\} = A(t).(N_1+N_2) \pm B(t)\,(N_1+N_2) \qquad (7.20)$$

em que A (t) e B (t) são as originais das funções A^* e B^*.

Se agora adoptarmos para $S_{11}(t)$ e $S_{66}(t)$ as expressões atrás indicadas, virá

$$S_{11}^* = a_1 + \frac{b_1}{p} + \int_0^{\infty} \frac{G_1(\tau)}{1+p\tau}\,d\tau$$

$$S_{66}^* = d_6 + \frac{b_6}{p} + \int_0^{\infty} \frac{G_6(\tau)}{1+p\tau}\,d\tau \qquad (7.21)$$

Neste caso, é fácil prever quais os limites para que tenderão, ao fim de tempo infinito, os valores das funções $P_1(t)$ e $P_2(t)$. Para isso, socorrem-se os autores do teorema de Tauber sobre as transformações de Laplace, que se pode escrever

$$\lim_{t\rightarrow\infty} A\,(t) = \lim_{p\rightarrow 0} A^*\,(p) \qquad (7.22)$$

isto é, o limite no infinito de uma função do tempo é igual ao limite da sua transformada, função do parâmetro p, quando se faça tender o valor desse parâmetro para 0.

No nosso caso, se temos b_1, $b_6 \neq 0$, é fácil deduzir de (7.21) e (7.19)

$$A(\infty) = 2 - \frac{1}{2}\frac{b_6}{b_1}$$
$$B(\infty) = \frac{4 - b_6/b_1}{7 - 2\, b_6/b_1} \qquad (7.23)$$

Se $b_1 = b_6 = 0$,

$$S_{11}{}^*(p) = a_1 + \int_0^\infty \frac{G_1(\tau)}{1 + p\tau}\, d\tau$$
$$S_{66}{}^*(p) = a_6 + \int_0^\infty \frac{G_1(\tau)}{1 + p\tau}\, d\tau \qquad (7.24)$$

Se designarmos por H_1 e H_6 respectivamente os valores

$$H_1 = S_{11}{}^*(0) = a_1 + \int_0^\infty G_1(\tau)\, d\tau = S_{11}(\infty)$$
$$H_6 = S_{66}{}^*(0) = a_6 + \int_0^\infty G_6(\tau)\, d\tau = S_{66}(\infty) \qquad (7.25)$$

deduz-se fàcilmente

$$A(\infty) = A^*(0) = \frac{H_6\,(4H_1 - H_6)}{2H_1\,(H_6 - c')}$$
$$B(\infty) = B^*(0) = \frac{H_6\,(4\,H_1 - H_6)}{H_6\,(7\,H_1 - H_6) + d'\,H_1} \qquad (7.26)$$

As conclusões a extrair das expressões (7.23) e (7.26) são curiosas.

De (7.23) verifica-se que a tensão final na inclusão elástica é independente das constantes elásticas da inclusão se o meio viscoelástico é tal que continua a fluir viscosamente tanto em tracção ou compressão uniaxial como em corte puro. As únicas constantes a saber são os coeficientes de que depende a deformação viscosa, ou seja b_1 e b_6. Contudo (exp. 7.26), se o meio viscoelástico não for deste tipo, a tensão final depende dos valores máximos das funções de fluência $S_{11}(\infty) = H_1$; $S_{66}(\infty) = H_6$; e, adicionalmente, das constantes elásticas $c' = (\lambda' + \mu')^{-1}$; e $d' = \mu'^{-1}$ da inclusão.

Os autores extraem deste estudo a conclusão geral importante de que a tensão numa inclusão cilíndrica pode variar apreciàvelmente, mesmo se não há variação do estado de tensão no meio envolvente; as variações de tensão determinadas por medições a longo prazo, utilizando inclusões elásticas devem, pois, ser consideradas suspeitas, a menos que tenham sido avaliadas as tensões devidas às deformações dependentes do tempo. O resultado expresso em (7.23) sugere ainda aos autores a observação de que deverá ser praticável, em rochas que exibam deformações viscosas apreciáveis, determinar as tensões N_1 e N_2 no meio por observação dos valores limites P_1 e P_2 para que tendem as tensões na inclusão.

Estes resultados têm interesse para o nosso estudo, porque constituem elementos complementares dos apresentados nas alíneas anteriores. De facto, alguns autores [26] admitem o modelo de Burgers para a descrição do comportamento reológico do betão.

A função de fluência para a compressão simples deste corpo reológico pode escrever-se

$$F_m(t) = \frac{1}{E_m} + At + B\,(1 - e^{-\gamma t}) \qquad (7.27)$$

Se admitirmos $\nu = c.^{te}$ ou $K = c.^{te}$, este é um caso particular dos corpos tratados por Berry e Fairhurst, pois as funções $S_{11}(t) = F_m(t)$ e $S_{66}(t)$ obedecem então às leis gerais (7.12).

A solução (5.2) atrás apresentada refere-se a um problema semelhante ao tratado por Berry e Fairhurst, mas relativo a um estado plano de tensão, com $N_1 = N_2 = \sigma$, e definido num corpo de Hooke-Kelvin, com ν = constante. Vejamos agora qual a solução se se tratasse de um corpo de Burgers ou de Maxwell, e admitindo ambas as hipóteses eventualmente adoptadas nas teorias da viscoelasticidade linear, ou seja $\nu = c^{te}$, ou $K = c^{te}$.

No caso do corpo de Burgers, tem-se, de (7.27)

$$F_m{}^* = \frac{1}{E_m} + \frac{A}{p} + \frac{B\gamma}{p + \gamma} \qquad (7.28)$$

A solução elástica

$$p_i = \frac{2}{(1 + \nu_m) + (1 - \nu_i)\dfrac{E_m}{E_i}}\,\sigma \qquad (7.29)$$

transforma-se em

$$p_i^* = \frac{2}{(1+\nu_m) + \frac{1-\nu_i}{E_i}\,\frac{1}{F_m^*}} = \frac{2\,F_m^*}{(1+\nu_m)\,F_m^* + \frac{1-\nu_i}{E_i}} \qquad (7.30)$$

ou, por substituição,

$$p_i^* = \frac{2\left[\frac{1}{E_m} + \frac{A}{p} + \frac{B\gamma}{p+\gamma}\right]}{(1+\nu_m)\left[\frac{1}{E_m} + \frac{A}{p} + \frac{B\gamma}{p+\gamma}\right] + \frac{1-\nu_i}{E_i}} \qquad (7.31)$$

O valor de $p_i\,(\infty)$ será igual ao valor p_i^* de (7.31) quando se fizer tender o valor do parâmetro p para zero, ou seja, como fàcilmente se deduz,

$$p_i\,(\infty) = \frac{2}{1+\nu_m}\,\sigma \qquad (7.32)$$

Este resultado é igualmente válido para um meio constituído por um líquido de Maxwell, cuja equação reológica é um caso particular de (7.27) para $B = 0$.

Verifica-se que, similarmente à conclusão de Berry e Fairhurst, o valor final da tensão não depende das constantes elásticas da inclusão. É de notar que a expressão (7.32) é idêntica à expressão (5.4) obtida para um sólido de Hooke-Kelvin quando o valor de B tende para infinito. Pela expressão (5.5) verifica-se que um tensómetro de rigidez infinita indicaria correctamente, em todo o momento, o valor exacto da tensão, após devidamente calibrado, visto que seria então $p_i\,(\infty) = p_i\,(0)$.

Se pretendermos admitir $K = c^{te}$, convém estabelecer a expressão (7.29) em função de E e K, para o que basta substituir o valor de ν_m pela sua expressão

$$\nu_m = \frac{1}{2} - \frac{E_m}{6K_m} \qquad (7.33)$$

resultando

$$p_i = \frac{2}{\frac{3}{2} + \left(\frac{1-\nu_i}{E_i} - \frac{1}{6K_m}\right)E_m}\,\sigma \qquad (7.34)$$

donde

$$p^*_i = \frac{2\,F^*_m}{\frac{3}{2}F^*_m + \left(\frac{1-\nu_i}{E_i} - \frac{1}{6\,k_m}\right)}\,.\,\sigma \qquad (7.35)$$

Desenvolvendo F^*_m e determinando o limite para $p = 0$, deduz-se

$$p_i\,(\infty) = \frac{4}{3}\,\sigma$$

A tensão final na inclusão é, pois, proporcional à tensão aplicada, e não depende das constantes elásticas, quer da inclusão, quer do meio envolvente. Este resultado coincide com o atrás citado de Arlinger e Lundström. Verifica-se também que, neste caso, a tensão ao fim de tempo infinito numa inclusão rígida não é idêntica ao valor inicial da tensão, a não ser para o valor limite de $\nu_m = 0{,}5$. Este é o valor que toma o coeficiente de deformabilidade transversal ao fim de tempo infinito sob carga. Então, o erro consentido por uma inclusão rígida em ensaio de fluência em compressão num corpo de Burgers com módulo de Bulk invariante seria

$$\frac{1+(\nu_m)_o}{1{,}5} = \frac{1+(\nu_m)_o}{1+(\nu_m)_\infty}$$

ou seja, a relação entre a tensão suportada pelo tensómetro ao fim de tempo infinito e a tensão no momento de aplicação da carga, em que $(\nu_m)_o$ e $(\nu_m)_\infty$ seriam os valores dos coeficientes de Poisson instantâneo e do coeficiente de deformabilidade transversal ao fim de tempo infinito.

Conclusões semelhantes se podiam tirar relativamente ao problema da inclusão cilíndrica no meio indefinido.

Assim, se, por exemplo, este meio tem um comportamento em compressão simples regido pela equação reológica (7.27), sendo, além disso, $\nu = {}^{te}$, obteríamos

$$\sigma_i^*\,(p) = \sigma\left[\frac{H}{D} + \frac{1}{2}\,\alpha\,(1-\nu^2)\,\pi\right].$$

$$.\;\frac{\frac{p}{E_m} + A + \frac{B\gamma p}{p+\gamma}}{\frac{H}{DE_i}\,p + \frac{1}{2}\,\alpha\,(1-\nu^2)\,\pi\left(\frac{p}{E_m} + A + \frac{B\gamma p}{p+\gamma}\right)}$$

resultando, da aplicação do teorema de Tauber que

$$\sigma_i(\infty) = \left[\frac{H}{D} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}\,\alpha\,(1-\nu^2)\,\pi} + 1 \right] \sigma$$

Pode verificar-se fàcilmente de (2.7) que esta tensão equivale à suportada no instante $t = 0$ por uma inclusão completamente rígida, pelo que este tipo de inclusão poderá funcionar neste caso como tensómetro.

Se a equação reológica em compressão simples é ainda dada por (7.27) mas, agora, é invariante o módulo de Bulk, obteríamos, após substituição em (2.7) de ν por $\left(\frac{1}{2} - \frac{E}{6K}\right)$, e de $\frac{1}{E}$ por $F_m{}^*$,

$$\sigma_i{}^*(p) =$$

$$= \frac{\left(\frac{H}{D} + \frac{3}{8}\alpha\pi\right) F_m{}^{*2} + \frac{\alpha\pi}{12\,K} F_m{}^* - \frac{\alpha\pi}{72K^2}}{\frac{3}{8}\alpha\pi F_m{}^{*2} + \left(\frac{H}{DE_i} + \frac{1}{12\,K}\right) F_m{}^* - \frac{\alpha\pi}{72K^2}}$$

e, por aplicação do teorema de Tauber, após substituição de $F^*{}_m(p)$ pela sua expressão (7.28), vem

$$\sigma_i(\infty) = \frac{8}{3}\,\frac{H}{D}\,\frac{1}{\alpha\pi} + 1$$

tensão independente das características elásticas, quer da inclusão, quer do meio envolvente, e que corresponde à tensão suportada no instante $t = 0$ por uma inclusão cilíndrica completamente rígida se o meio envolvente tivesse um coeficiente de Poisson $\nu_m = 0{,}5$. Nos outros casos, a inclusão rígida consentiria um erro dado por

$$\frac{\sigma_i(\infty)}{\sigma_i(0)} = \frac{\frac{8}{3}\,\frac{H}{D}\,\frac{1}{\alpha\pi} + 1}{2\,\frac{H}{D}\,\frac{1}{\alpha(1-\nu_{mo})} + 1} =$$

$$= \frac{2\,\frac{H}{D}\,\frac{1}{\alpha(1-\nu_{m\infty})\pi} + 1}{2\,\frac{H}{D}\cdot\frac{1}{\alpha(1-\nu_{mo})\pi} + 1}$$

Este erro será mínimo se H/D tende para zero. Uma inclusão completamente rígida e com uma elevada relação diâmetro-altura seria, portanto, um bom tensómetro num meio deste tipo.

Os resultados obtidos para estes exemplos parecem permitir generalizar a conclusão de que inclusões completamente rígidas inseridas em corpos com comportamento de Maxwell ou de Burgers em compressão simples e com coeficiente de Poisson invariante suportam permanentemente a mesma tensão proporcional à tensão constante aplicada ao meio envolvente; porém, se é o módulo de Bulk que se mantém invariante, a tensão suportada pela inclusão varia desde o seu valor instantâneo a um valor final que corresponderia ao valor instantâneo se o coeficiente de Poisson do meio envolvente fosse igual a 0,5. No caso de inclusões cilíndricas, será possível actuar sobre a relação altura-diâmetro, por forma a que o desvio entre o valor final e o instantâneo seja tão pequeno quanto se queira, o que se consegue baixando o valor daquela relação.

8 — APLICABILIDADE AO BETÃO EM OBRA. CONCLUSÃO

Nas alíneas anteriores, houve oportunidade de estudar o comportamento de inclusões elásticas em meios viscoelásticos lineares de diferentes tipos sujeitos a forças exteriores mantidas constantes. Designadamente, foram considerados o sólido standard ou de Hooke-Kelvin, o corpo de Burgers, o corpo de Mawell e o sólido standard em que os parâmetros característicos dependessem da idade do material. Verificou-se que, nos casos em que o coeficiente de deformalidade transvsersal do meio não dependa do tempo de actuação de carga, as inclusões completamente rígidas podem teòricamente ser utilizadas como tensómetros precisos, o que constitui a base de uma teoria de determinação experimental directa de tensões em meios visco-elásticos.

A conclusão exposta nem sempre será extensiva aos casos em que aquele coeficiente não seja invariante; porém, no caso normalmente considerado de o módulo de Bulk ser invariante, é previsível o máximo erro consentido por um tensómetro completamente rígido, o qual não será grande se o coeficiente de Poisson do meio não for excessivamente baixo (por exemplo, inferior a 0,2). Foram ainda referidos estudos em que, embora adoptando-se esquemas muito simplificados de comportamento estrutural do conjunto meio-inclusão, se conclui pela validade

de utilização de tensómetros rígidos em meios viscoelásticos não lineares bastante gerais [22].

O betão é um material de comportamento reológico muito complexo, que se não pode filiar rigorosamente nos esquemas simples de viscoelasticidade linear acima citados. No entanto, a generalidade com que actualmente é posta em teoria a viabilidade de determinação experimental de tensões em meios viscoelásticos, parece legitimar a sua aplicação ao betão. Por outro lado, são correntemente aceites como bastante aproximadas para fins de aplicação expressões de comportamento reológico deste material correspondentes ao sólido standard de parâmetros variáveis com a idade, e coeficiente de deformabilidade transversal invariante [17]. A análise conduzida na alínea 5, mostra que as conclusões gerais atrás citadas são ainda aplicáveis a este caso.

Estes estudos teóricos, no seu conjunto, vêm justificar parcialmente os critérios anteriormente adoptados no projecto de tensómetros em meios exibindo deformações por fluência e que constituem o que se designou por «método das inclusões» [3]. Por outro lado, contribuem para o esclarecimento de alguns pontos duvidosos deste método, postos no domínio teórico. Assim, pode dizer-se que, teòricamente, se comprovam as seguintes regras:

a) Se definirmos rigidez através da relação entre força aplicada e deformabilidade (variação total do comprimento na direcção de tensão a medir) da inclusão, os tensómetros serão tanto mais precisos quanto maior a sua rigidez, podendo esta ser conseguida tanto através de condições geométricas (relação diâmetro-altura no caso dos tensómetros cilíndricos) como através de condições mecânicas (relação entre o módulo de elasticidade da inclusão e do meio envolvente), por forma a que se obtenha um nível máximo de erro, teòricamente previsível a partir das características reológicas do meio; deve ser salientado que a rigidez mecânica não tem, do ponto de vista teórico, qualquer inconveniente.

b) os tensómetros deverão ser calibrados no interior de amostras do meio envolvente.

c) será sempre em princípio necessária a utilização de dispositivos correctores das tensões secundárias provenientes das variações autogénias do volume do meio.

A aplicação na prática das teorias recentes ao betão necessita, no entanto, de comprovação experimental prévia. Há que considerar o facto de o comportamento do material não caber rigorosamente nos esquemas analíticos adoptados na teorização. Um outro ponto a esclarecer é a viabilidade de utilização de inclusões bastante rígidas, pois algumas vezes se supõe que elas podem introduzir concentrações de tensões elevadas, e daí produzir plastificações do material, o que iria anular a validade da esquematização teórica. Um outro aspecto muito importante é o da heterogeneidade do material, constituído por elementos grandes de agregado, imersos numa matriz de argamassa [12] [13] [16] [18] [19]. Considera-se, geralmente, que o efeito da heterogeneidade na imediata vizinhança do tensómetro pode ser anulado se este tiver dimensões relativamente grandes em face da dos maiores agregados. No caso do betão em grandes massas, este condicionamento obrigará normalmente a crivar o betão envolvente do tensómetro, o que cria um novo problema, pois as características do betão crivado não serão idênticas às do betão integral. Neste caso, a zona de betão crivado funciona como uma inclusão viscoelástica no seio de um meio viscoelástico. Problemas deste tipo são também resolúveis, comojá atrás foi citado [16]. Se, portanto, forem aproximadamente conhecidas as características do betão crivado e do betão integral, é possível prever um erro máximo, proveniente da crivagem, na determinação das tensões.

Deve dizer-se que as teorias expostas se apresentam bastante mais aptas para uma interpretação da realidade do que as tradicionais, em que as propriedades de fluência do meio não eram caracterizadas. Assim, por exemplo, no caso de tensómetros alongados, cuja utilização parece vantajosa para a determinação de tensões em elementos estruturais finos, ensaios de fluência têm por vezes, mostrado uma inesperada progressão no tempo das tensões acusadas pelos medidores.

É frequente atribuir este facto ao efeito da concentração de tensões na zona de contacto entre a inclusão e o meio, as quais provocariam neste plastificações locais. A existência de tal efeito não podia, no entanto, ser cabalmente discutida em face de insuficiência das bases teóricas disponíveis. As expressões agora apresentadas neste estudo, que fazem intervir as características do meio viscoelástico, E_m, B_0, B_∞,

permitem, no entanto, uma separação de diferentes factores envolvidos nos ensaios, e, portanto, podem constituir um passo para o julgamento definitivo do problema posto.

Estes estudos deveriam, contudo, ser precedidos do esclarecimento de algumas questões postas ainda em domínio elástico, como é o caso do conhecimento do coeficiente experimental α para as diversas relações geométricas de tensómetros. Apesar destas dificuldades, as expressões agora deduzidas foram já utilizadas [16] para a interpretação de ensaios conduzidos há alguns anos no LNEC, em que se utilizaram tensómetros alongados em um betão carregado com muito pouca idade. A interpretação foi dificultada, entre outros motivos, pelo facto de não terem sido estabelecidas as leis de fluência do betão para várias idades de carga. Apesar disso, os limitados resultados que se obtiveram são encorajantes do ponto de vista do prosseguimento de estudos experimentais acompanhados de uma interpretação analítica.

Para além dos problemas a esclarecer por experiências em laboratório, não deve ser esquecido que é extremamente importante uma perfeita colocação dos aparelhos para se obterem em obra resultados satisfatórios. As dificuldades são mais fortemente sentidas no caso de células tipo folheto e justificar-se-iam pormenorizados cuidados, que nem sempre é possível impor em obra. No entanto, poder-se-á talvez ladear a dificuldade fazendo a colocação cuidada em laboratório no interior de pequenas peças de betão idêntico ao da obra, as quais seriam postas no local pretendido no momento da betonagem.

São pois, numerosos e de diversa índole os problemas a resolver. No entanto, a importância da determinação das tensões justifica todos os esforços para lhes dar solução.

APÊNDICE

Regras Operatórias da Transformação de Carson

Seja f (t) uma função definida no intervalo (o, ∞) e tal que o integral

$$L\left[f(t)\right] = \bar{f}(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f(t)\, dt$$

exista, sendo o parâmetro p um número, cuja parte real é positiva, e escolhido de tal modo que o integral seja convergente.

A função $\bar{f}$ (p) é a transformada de Laplace de função f (t).

A transformada de Carson é dada por

$$f^*(p) = p\,\bar{f}(t) = p\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\, dt$$

À função f (t) podemos chamar original e à transformada (neste caso, de Carson) f^* (p) podemos chamar imagem e a correspondência entre as duas funções pode simbolizar-se pela notação.

$$f(t) \supset f^*(p)$$

Na tabela anexa apresentam-se as transformadas de Carson e de Laplace de várias funções.

As transformações de Carson e Laplace têm algumas regras operatórias, simples de deduzir.

Assim, no caso da transformação de Carson, temos.

— *Adição:*

$$f(t) + g(t) \supset f^*(p) + g^*(p)$$

com o corolário

$$K\, f(t) \supset K\, f^*(p)$$

— *Semelhança:*

$$f(at) \supset f^*\left(\frac{p}{a}\right)$$

— *Translacção:*

$$f(t-a) \supset e^{-ap} f^*(p)$$

— *Amortecimento:*

$$f(t)\, e^{-at} \supset \frac{p}{p+a} f^*(p+a)$$

— *Transformação das derivadas de uma função:*

$$\frac{d^n f}{dt^n} \supset p^n f^*(p) - p^n f(0^+) - p^{n-1} f'(0^+) - \ldots\ldots\ldots\ldots - p\frac{d^{n-1} f}{dt^{n-1}}(0^+)$$

em que $\frac{d^i f}{dp^i}(0^+)$ representa o limite da função $\frac{d^i f}{dp^i}$ quando t tende para 0 por valores positivos.

— *Produto de uma função por uma potência de t:*

$$t^n f(t) \supset (-1)^{-n} p \frac{d^n \left(\frac{f^*(p)}{p} \right)}{d p^n}$$

— *Integração de uma função:*

$$\int_0^t f(\tau)\, d\tau \supset \frac{1}{p} f^*(p)$$

— *Convolução:*

$$\int_0^t f(\tau)\, g(t-\tau)\, d\tau \supset \frac{1}{p} f^*(p)\, g^*(p)$$

ou

$$\frac{d}{dt} \int_0^t f(\tau)\, g(t-\tau)\, d\tau \supset f^*(p)\, g^*(p)$$

Este conjunto de regras operatórias permite deduzir, com relativa facilidade, a maior parte das transformadas de Carson que poderão interessar na prática, a partir de tabelas já organizadas para as funções mais comuns, ou, inversamente, determinar as funções originais a partir das transformadas. Na tabela anexa são dadas as correspondências mais utilizadas no presente trabalho.

Para uma exposição aprofundada do cálculo simbólico, consulte-se a literatura da especialidade [27].

TABELA

IMAGENS E ORIGINAIS DE TRANSFORMAÇÕES DE CARSON E DE LAPLACE

$f^*(p)$	$\overline{f}(p)$	$f(t)$
1	$\frac{1}{p}$	1
$\frac{p}{p+a}$	$\frac{1}{p+a}$	e^{-at}
$\frac{1}{p^n}$	$\frac{1}{p^{n+1}}$	$\frac{t^n}{n!}$
$\frac{ap}{p^2+a^2}$	$\frac{a}{p^2+a^2}$	sen (at)
$\frac{ap}{p^2-a^2}$	$\frac{a}{p^2-a^2}$	senh (at)
$\frac{p}{(p-a)(p-b)}$	$\frac{1}{(p-a)(p-b)}$	$\frac{e^{at}-e^{bt}}{a-b}$
$\frac{p^2}{p^2+2Dwp+w^2}$	$\frac{p}{p^2+2Dwp+w^2}$	$\cos wt$ para $D=0$ $\frac{1}{\sqrt{1-D^2}} e^{-Dwt} \operatorname{sen}(wt\sqrt{1-D^2}+T_1)$ para $D^2<1$ $(1-wt)e^{-wt}$ para $D^2=1$ $\frac{1}{\sqrt{D^2-1}} e^{-Dwt} \operatorname{senh}(wt\sqrt{D^2-1}+T_2)$ para $D^2>1$ sendo $T_1 = \operatorname{arc\,tg} \frac{w\sqrt{1-D^2}}{-Dw}$, $T_2 = \operatorname{arc\,tgh} \frac{w\sqrt{D^2-1}}{-Dw}$
$\frac{p^2}{(p-a)(p-b)(p-c)}$	$\frac{p}{(p-a)(p-b)(p-c)}$	$\frac{a(b-c)e^{at}+b(c-a)e^{bt}+c(a-b)e^{ct}}{(a-b)(b-c)(a-c)}$
$\frac{p}{(p-a)(p-b)(p-c)}$	$\frac{1}{(p-a)(p-b)(p-c)}$	$\frac{(b-c)e^{at}+(c-a)e^{bt}+(a-b)e^{ct}}{(a-b)(b-c)(a-c)}$
$\frac{p}{p^2+2Dwp+w^2}$	$\frac{1}{p^2+2Dwp+w^2}$	$\frac{1}{w} \operatorname{sen}(wt)$ para $D=0$ $\frac{1}{w\sqrt{D^2-1}} e^{-Dwt} \operatorname{sen}(wt\sqrt{1-D^2})$ para $D^2<1$ $\frac{1}{w\sqrt{D^2-1}} e^{-Dwt} \operatorname{senh}(wt\sqrt{D^2-1})$ para $D^2>1$ $t e^{-wt}$ para $D=1$
$\frac{p^2}{p^2-a^2}$	$\frac{p}{p^2-a^2}$	$\cosh(at)$
$\frac{p^2}{p^2+a^2}$	$\frac{p}{p^2+a^2}$	$\cos(at)$

BIBLIOGRAFIA

1. — Jones, K. — «Calculation of stress from strain in concrete» — Engineering Monographs N.º 29, United States Department of the Interior, Bureau of Reclamation, Denver, Colorado, October, 1961.
2. — England, G. L. and J. M. Illston — «Methods of computing stress in concrete from a history of measured strain» — Civil Engineering and Public Works Review, April 1965, Vol. 60, N.º 705, pp. 513-519.
3. — Coutinho, A. I. S. — «Théorie de la détermination experimentale des contraintes par une méthode n'exigeant pas la connaissance précise du module de l'élasticité» — Mémoires de l'Association Internationale des Ponts et Charpentes» — Zürich, 1949.
4. — Nils Hast — «Measuring stresses and deformations in solid materials» — Ingeniörs Vetens kaps Akademien, Handlingar, NR 178, Stockholm, 1945.
5. — Carlson, R; D. Pirtz — «Development of a device for the direct measurement of compressive stress» — Journal A. C. I., Vol. 24, Nov. 52, N.º 3 — Proceedings, V. 49.
6. — Rocha, M. — «In situ» stress and strain measurements» — Stress analysis. — O. C. Zienkiewicz — G. S. Holister, John Wiley & Sons, Ltd 1965.
7. — Lnec — Relatório interno não publicado.
8. — Vagn Askegaard — «Measurement of pressure in solids by means of pressure cells» — Laboratoriet for Bygningsteknik, Danmarks Tekniske Højskole Meddelelse nr 17. København 1963.
9. — Sezawa, K. and G. Nishimura — «Stresses under tension in a plate with a heterogeneous insertion» Rep. Aeron. Rés. Inst., Tokio Imp. Univ April 1931, vol. 6, p. 25.
10. — Middleton, B. F. — «Distribution of stress in the vicinity of a spherical inclusion» Roy. Air. Estab, Tech. Note N.º 9546, Sept. 1945.
11. — Eshelby, J. D. — «The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems». Proc. of the Royal Society. A Vol. 241, 1957. 376-396.
12. — Coutinho, A. S. — «Détermination des contraintes dans le béton par la méthode du tensomètre photoelastique» — A.I.T.B.T.P. — Série «Essais et mesures», n.º 4, Mai 1948.
13. — Roberts, A; I. Hawkes — «The measurement of stress change in concrete using the biaxial photoelastic stressmeter» — Conference on Experimental Methods of Investigating stress and strain in structures — Prague, 1965.
14. — Nowacki, W. — Théorie du fluage — Eyrolles, Paris, 1965.
15. — Mandel, J. — Sur les corps viscoélastiques à comportement linéaire» — Comptes Rendus de l'Académie des Sciences. V. 241. p. 1910. Paris, 1955.
16. — Florentino, C. — Medição de tensões em barragens de betão» — Publicação interna LNEC, Março 1966.
17. — Arouiounian, N. Kh. — «Applications de la théorie du fluage». — Editions Eyrolles, Paris, 1957.
18. — Mandel, J. — «Sur les corps viscoélastiques linéaires dont les proprietés dépendent de l'age» Comptes rendus.
19. — Mc Coy Jr., E. E. — «Investigation of the improved Carlson stress meter» — U. S. Army Waterways Experiments Station, C. E., Technical Report n.º 6-454 — Vicksburg, Miss., May 1957.
20. — Mc Coy Jr., E. E. — «Investigation of the Improved Carlson Stress meter» — Report 2 Supplementary Tests — U.S. Army Waterways Experimental Station, C. E., Technical Report n.º 6-454, Vicksburg, Miss. May 1957.
21. — Arlinger, B. and H. Lundstrom — «Development of a gauge for the measurement of rock pressure» (in Swedish). Unpublished report at «Division of Mining and Mine Survering», Royal Institute of Technology, Stockolm, 1961.
22. — Hult, J. — «Stress measurements in solids» — Chalmers Tekniska Högskoles Handlingar, n.º 280, Gottenburg, Sweden, 1963.
23. — Hult, J.; R. Kvapil and H. Sundkvist — «Function and scope of stress meters in rock mechanics», International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences», March 1966.
24. — Berry, D.S. and C. Fairhurst — «Influence of rock anisotropic and time-dependent deformation on the stress-relief and high modulus inclusion techniques of in situ stress determination» — in «Testing Techniques for Rock Mechanics» ASTM STP 402, Philadelphia, Pa. 19103.
25. — Savin, G. N. - «Stress concentration around holes». W. Johnson, translation editor, Pergamon Press, New York, 1961.
26. — Reiner, M. — «The Rheology of Concrete», Ch 9 of Rheology, Vol. 3 (Ed. by F. R. Erich) Academic Press, New York, 1960 — 341-364.
27. — Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C. — «Operational Methods in Applied Mathematics», 2nd ed., Oxford, 1948.

dist. Belarte

Já na embalagem o nosso transformador de intensidade "anão" mostra claramente a sua potência

AEG

E isto, porque «ele» é visivel antes que V. o retire da embalagem ou que o compre. Sabe porquê ? É que a sua embalagem é em poliestireno. Basta uma olhadela : Lá estão o barramento primário, a chapa de caracteristicas, os terminais e a peça de fixação. Poderá imaginar outras vantagens : Quando o nosso «anão» estiver no seu armazém, não necessita de «lhe» remover a sua embalagem protectora, à prova de poeiras, para saber que é «ele» que ali está. O R 02 estará tão limpo como no dia em que o comprou. Nós, AEG, fornecemo-«lo» para correntes nominais que vão de 50 A a 600 A. São múltiplas as suas aplicações. Também existem para intensidades inferiores a 50 A. A sua montagem é fácil, porque o seu volume também é reduzido : 0,123 dm^3.

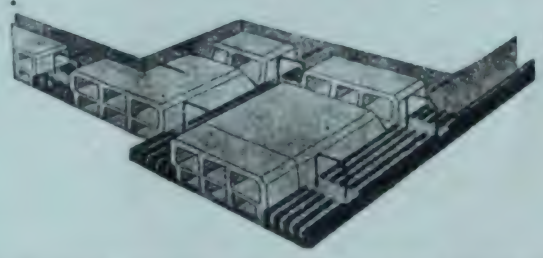
Transformadores de medida AEG

AEG-LUSITANA DE ELECTRICIDADE

PRÉ - ESFORÇADOS CERÂMICOS

PATIAL

patente stahlton



PAVIMENTOS, TECTOS, FORROS, COBERTURAS, ASNAS, SILOS

CERVAL

CERÂMICA VALE DE LOBOS, L.DA

R. JOAQUIM A. AGUIAR, 41, 5.º-D. - LISBOA - TEL. 53 11 38/9/0

Companhia Portuguesa de Trefilaria

S. A. R. L.

ARMADURAS PRÉ-FABRICADAS **MALHASOL**

Tensão de segurança 3.000 Kgf / cm²

AÇO BI

Tensão de segurança 4.000 Kgf / cm²

AÇOS DE ALTA RESISTÊNCIA PARA BETÃO ARMADO

que pela eficiência técnica e económica a que conduzem, são um indispensável elemento na moderna construção civil

Para qualquer obra em betão armado consulte:

DIAL — GABINETE TÉCNICO

R. DO INSTITUTO INDUSTRIAL, 18-1.º Dt.º

TELEFONES 67 12 24/5 e 67 37 85 - LISBOA

aglomerado negro de cortiça

leve, resistente e isolante

ideal para elementos pré-fabricados

ISOLA

SOC. COM. DE ISOLAMENTOS

DE CORTIÇA, Lda

Avenida António Augusto de Aguiar, 17

Telef. 537191/2/3/4

LISBOA — PORTUGAL

C. D. U. 691.55

CARACTERÍSTICAS DE ALGUNS GESSOS NACIONAIS UTILIZADOS NA CONSTRUÇÃO CIVIL

por CARLOS MARTINS DE OLIVEIRA
Eng.º Civil
Chefe do Serviço de Materiais de Construção do LNEC
MANUEL C. XAVIER RODRIGUES
Eng.º Civil
Especialista do LNEC
Assist. do I. S. T.

RESUMO

É preocupação antiga do Laboratório Nacional de Engenharia Civil o estudo das características do gesso de produção nacional e o estabelecimento de especificações de qualidade para este material, de indiscutível interesse para o acabamento das construções.

O conhecimento de frequentes insucessos no comportamento de estuques em edifícios de relativa importância, determinou o início do estudo deste complexo problema. Nesta primeira parte do estudo procura-se definir o nível de qualidade dos gessos produzidos na metrópole em comparação com o exigido pelas principais normas estrangeiras e salienta-se a necessidade de ensaios sistemáticos que permitam aquilatar da constância da sua qualidade e contribuam para o estabelecimento dos limites a prescrever para as suas características químicas e físicas.

SYNOPSIS

It is an old intention of the Laboratório Nacional de Engenharia Civil to study the characteristics of gypsum plaster made in Portugal and the preparation of quality standards for this material, of doubtless interest for building finishes.

This complex problem began now to be studied due to the unsatisfactory behaviour of plasterwork, frequently observed in relatively important buildings. In the first part of this study the quality of gypsum plasters manufactured in Continental Portugal is investigated in comparison with the quality requirements of foreign standards, and attention is drawn to the need of systematic tests for judging if the quality of the products is uniform and for giving data which can be used for setting down limit values of their chemical and physical characteristics.

1 — INTRODUÇÃO

O gesso é, como se sabe, um ligante hidráulico obtido pela cozedura do minério também designado por gesso ou gesso bruto, essencialmente constituído por sulfato de cálcio hidratado com duas moléculas de água — $Ca\,SO_4 . 2\,H_2O$.

Na sua forma mais corrente, o gesso cozido apresenta-se como um hemihidrato, quer dizer, contém meia molécula de água por molécula de sulfato de cálcio — $Ca\,SO_4 . {}^1/_2\,H_2O$. Moído e amassado com água faz presa, reconstituindo-se o hidrato com duas moléculas de água.

O gesso é conhecido como material de construção desde remota antiguidade e já utilizado muito antes da cal nos países de clima seco, como a Abissínia, a Caldeia, a Fenícia e o Egipto.

A fraca resistência mecânica e a sensibilidade à humidade fazem com que a sua utilização na construção civil, entre nós, se limite quase exclusivamente ao acabamento de paredes e tectos e ao fabrico de placas para a execução de divisórias.

Como material de acabamento que é, a sua qualidade tem influência relevante não só no aspecto das superfícies e na sua conservação, mas também na durabilidade e efeito decorativo das pinturas que sobre elas se apliquem.

O comportamento dos revestimentos estucados depende dum conjunto de factores entre os quais sobressaiem: além do próprio comportamento das bases, a qualidade dos materiais empregados, as técnicas de execução dos trabalhos e as condições do ambiente em que decorrem o endurecimento e a secagem desses revestimentos. Por estes motivos, é preocupação antiga do Laboratório Nacional de Engenharia Civil o estudo da normalização das características destes materiais e das técnicas da sua utilização.

O conhecimento de frequentes insucessos no comportamento de estuques, em construções de relativa importância, determinou o início deste complexo estudo que visa, naturalmente, a obtenção do conhecimento tão completo quanto possível dos gessos disponíveis no mercado nacional.

2 — AMOSTRAS DE GESSO ESTUDADAS

Durante os trabalhos preliminares do planeamento do estudo, supunha-se haver, na metró-

pole, cerca de 10 fábricas de gesso, com capacidades de produção muito diferentes.

Algumas das amostras que se consideraram neste estudo foram obtidas em duas procuras feitas no mercado de Lisboa, em meados de 1962 e de 1964, e outras foram remetidas ao Laboratório por uma fábrica algarvia que tinha requerido a verificação da qualidade da sua produção de gesso de acordo com as exigências do decreto n.º 42 941, de 23 de Abril de 1960.

Da primeira procura feita no mercado de Lisboa (1) em 1962, resultou a colheita de amostras de gesso produzidas por 4 fábricas diferentes, enquanto na segunda, se obtiveram apenas amostras de duas fábricas diferentes. Tal facto resultou das quatro primeiras fábricas se terem agrupado e passarem a embalar todos os seus produtos com um único nome comercial e de se ter então encontrado gesso de outro produtor.

QUADRO I

Identificação das amostras utilizadas neste estudo

Amostra		Fábrica ou marca	Designação do gesso
N.º	Data da colheita		
1 A	Janeiro 1962	A	1.ª
1 B	Fever. 1962		
2	Junho 1962	B	Extra
3		C	Estuque
4		D	Paris
5		E	Francês
6	Outubro 1962	A	1.ª
7	Janeiro 1963		
8	Abril 1964	F	1.ª
9			2.ª
10		G	1.ª
11			2.ª

(1) Houve a preocupação de colher o produto directamente no mercado e não de o solicitar às fábricas produtoras.

Quanto às designações das várias qualidades de gesso existentes no mercado, nota-se estarem eivadas de uma falta de uniformidade que seria conveniente eliminar. Assim, as várias fábricas usam as seguintes designações indefinidas, para identificarem os seus produtos:

— Extra
— Estuque
— Paris
— Francês
— 1.ª qualidade
— 2.ª qualidade

No Quadro I identifica-se cada amostra estudada e, por razões fàcilmente compreensíveis, omite-se a sua proveniência, mas mantém-se a designação com que foi obtida no mercado, a fim de verificar a existência de qualquer correlação entre estas designações e as características dos gessos respectivos.

3 — CARACTERÍSTICAS EXIGÍVEIS PARA O GESSO COZIDO

Não estão ainda especificadas entre nós as características de qualidade exigíveis para os diversos tipos de gesso cozido a fim de que se comportem satisfatòriamente nas utilizações a que se destinam.

Por isso se recorreu à comparação das características dos nossos produtos com as exigidas pelas normas estrangeiras abaixo mencionadas, o que implicou a utilização das técnicas de execução dos ensaios indicadas por essas normas. Por esta mesma razão não se deu preferência aos métodos de ensaio estabelecidos pelas normas portuguesas disponíveis, em fase de inquérito nessa altura.

No quadro II indicam-se as normas portuguesas referidas bem como as que foram publicadas posteriormente como definitivas.

Para facilitar a comparação da qualidade dos produtos nacionais em estudo com a exigida pelas várias normas estrangeiras consultadas, apresentam-se a seguir os resumos destas normas no que se refere sobretudo a tipos de gesso idênticos aos ensaiados.

3.1 — Norma Francesa

NF B 12-001 — Août 1946 «Plâtres de la Region Parisienne» (2).

(2) Esta norma foi substituída posteriormente pelas normas NF B12-300, NF B12-301 e NF B12-401; a este assunto refere-se também o fascículo de documentação FD-B N.º 12-402.

QUADRO II

Normas portuguesas sobre gessos

Normas existentes antes da execução dos ensaios				Normas actualmente existentes			
Identificação	Data (1)	Designação		Identificação	Data (1)	Designação	
		Geral	Específica			Geral	Específica
I - 313	9/60	Gessos	Terminologia				
I - 314	9/60	Gesso cru	Características, transporte, identificação e recepção				
I - 315	9/60	Gessos	Colheita de amostras	NP - 315	29/11/63	Gesso	Terminologia
I - 316	9/60	Gesso cozido	Capacidade de absorção de água	NP - 316	29/11/63	Gesso bruto	Classificação, características e recepção
I - 317	11/60	Gessos	Humidade	NP - 317	29/11/63	Gessos	Colheita de amostras
I - 318	11/60	Gessos	Água combinada	NP - 318	29/11/63	Gesso	Determinação da água de presa
I - 319	11/60	Gesso cozido	Princípio de presa e tempo de presa	NP - 319	29/11/63	Gessos	Determinação da humidade
I - 320	12/60	Gessos	Teor em anidrido carbónico	NP - 320	29/11/63	Gessos	Determinação do teor em água combinada
I - 321	12/60	Gessos	Teores em resíduo insolúvel em óxidos de ferro e alumínio, de cálcio e de magnésio	NP - 321	4/1/64	Gesso	Determinação do princípio de presa e do tempo de presa
I - 322	12/60	Gessos	Teor em anidrido sulfúrico	NP - 322	29/11/63	Gessos	Determinação do teor em anidrido carbónico
I - 323	12/60	Gessos	Teor em cloreto de sódio	NP - 323	29/11/63	Gessos	Determinação dos teores em resíduo insolúvel, em ferro e alumínio, em cálcio e em magnésio
I - 324	12/60	Gessos	Apresentação dos resultados analíticos	NP - 324	29/11/63	Gessos	Determinação do teor em sulfato
				NP - 325	29/11/63	Gessos	Determinação do teor em cloreto de sódio
P - 326	14/8/62	Gessos	Apresentação dos resultados analíticos	NP - 326	4/1/64	Gessos	Apresentação dos resultados analíticos
E - 369	—	Gesso cozido	Granulometria				
				NP - 379	19/12/64	Gesso	Granulometria

(1) As datas indicadas são as de publicação dos inquéritos (I) no Boletim de Normalização; as de homologação das normas provisórias (P) e as de aprovação, por portaria, das normas definitivas (NP).

QUADRO III

Características dos gessos prescritas pela norma NF B 12-001

Qualidade do gesso	Finura			Tempos de presa		Tensões de rotura por flexão (1)				Teores	
	N.º do módulo do peneiro AFNOR	Abertura da malha	Resíduo	Princípio	Fim	Às 2 horas	Às 24 horas	Aos 7 dias	Aos 28 dias	Em SO_3	Em água combinada
		mm	%	min	min	kgf/cm²	kgf/cm²	kgf/cm²	kgf/cm²	%	%
Gesso para aglomerados	30 30	0,8 0,8	grosso < 20 fino < 2	< 10	< 30	≥ 18,75	≥ 30,00	≥ 33,75	≥ 37,50		
Gesso grosseiro para construção	30 30 27	0,8 0,8 0,4	> 5 < 20 < 50	> 2 e < 15	> 10 e < 40	≥ 7,5	≥ 15,00	≥ 22,50	≥ 30,00		
Gessos finos para construção	30 27	0,8 0,4	< 2 < 18	> 2 e < 15	> 10 e < 40	≥ 11,25	≥ 18,75	≥ 26,25	≥ 33,75		
Gessos para moldar e especiais	24 21	0,2 0,1	< 5 < 15	> 3 e < 30	> 15 e < 60	≥ 22,50	≥ 37,50	≥ 40,25	≥ 45,00	≥ 45	< 8,5

(1) Os valores indicados no quadro, foram obtidos por cálculo, a partir dos valores dos índices de rotura à flexão (P) indicadas na norma francesa, utilizando a expressão $\sigma = \frac{6 \times 10\ P}{8} = 7{,}5\ P$ kgf/cm²